

2016

16

090331

[This question paper contains 14+6 printed pages.]

Sr. No. of Question Paper : 6002

G

Your Roll No.....

Unique Paper Code : 227102

Name of the Paper : Statistical Methods in Economics - I

Name of the Course : B.A. (Hons.) Economics

Semester : I

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 75

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. All questions within each section are to be answered in a continuous manner on the answer sheet. Start each question on a new page and all subparts of a question should follow one after the other.
3. Use of simple calculator is permitted.
4. Required statistical tables are attached with this question paper.
5. This paper contains four sections. Attempt all sections.
6. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।
2. प्रत्येक भाग के सभी प्रश्न के उत्तर एक साथ उत्तर पुस्तिका पर दें। प्रत्येक प्रश्न नये पेज पर और उपभागों का एक के बाद क्रम से प्रश्नों के उत्तर दीजिए।
3. साधारण कैलकुलेटर का उपयोग मान्य है।
4. इस प्रश्न पत्र के साथ स्टैटिकल टेबल संलग्न की गई है।
5. इस प्रश्न पत्र में चार खंड हैं। सभी खंडों के उत्तर दीजिए।
6. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

SECTION I
ATTEMPT ANY TWO QUESTIONS OUT OF Q1, Q2 AND Q3

खंड I

प्र 1, प्र 2 और प्र 3 में से कोई भी दो प्रश्न कीजिए

1. (a) The following measures were computed from data on a variable

$$\text{Mode} = 83 \quad \text{Mean} = 74 \quad \text{Median} = 77$$

Comment on the shape of the distribution and roughly sketch it.

- (b) The sum of deviations of a certain number of observations from 12 is 166 while the sum of deviations of these observations from 16 is (-54). Find the number of observations and their mean. (2+3)

(क) एक चर के आंकड़ों से निम्नलिखित मापों की गणना की गयी थी

$$\text{बहुलक} = 83 \quad \text{माध्य} = 74 \quad \text{माध्यिका} = 77$$

वितरण के आकार पर टिप्पणी कीजिए तथा उसका रेखाचित्र बनाएं।

- (ख) 12 से प्रेक्षणों की एक निश्चित संख्या के विचलनों का योगफल 166 है जबकि 16 से प्रेक्षणों की एक निश्चित संख्या के विचलनों का योगफल (-54) है। प्रेक्षणों की संख्या और उनका माध्य ज्ञात कीजिए।

2. Show that for given (n+1) numbers $\bar{X}_{(n+1)} = \frac{(n * \bar{X}_n + X_{n+1})}{(n+1)}$

If the average monthly spending by 21 women in a kitty group was Rs. 5240, what is the new average spending if another member is added whose average monthly spending is 5540? Use the formula above. (5)

दिखाएं कि दी गयी संख्या (n+1) के लिए $\bar{X}_{(n+1)} = \frac{(n * \bar{X}_n + X_{n+1})}{(n+1)}$ है

यदि एक किसी समूह में 21 महिलाओं द्वारा मासिक खर्च की जाने वाली औसत राशि 5240 रु. है, तो नया औसत खर्च कितना होगा यदि एक ऐसा नया सदस्य और जुड़ जाता है जिसका औसत मासिक खर्च 5540 रु. है? उपरोक्त सूत्र का प्रयोग करें।

6002

3. In a factory the monthly wages of 200 workers were noted and they were found to be negatively skewed. Draw a representative frequency curve to show this skewness. The leader of the workers argued with the management that "average" wages are low. The owner of the firm did not agree with the workers' leader and suggested that average' wages quoted are wrong and are actually much higher. Can you justify both the views, using your diagram? Which view do you agree with and why?

(5)

एक कारखाने में 200 कर्मचारियों का मासिक वेतन दर्ज किया गया था और उसमें थोड़ी ऋणात्मक वैषम्यता पायी गयी थी। इस वैषम्यता को दर्शाने के लिए एक निरूपक आवृत्ति वक्र (representative frequency curve) तैयार करें। कर्मचारियों के नेता ने प्रबंधन के समक्ष यह तर्क प्रस्तुत किया था कि औसत वेतन कम है। फर्म का मालिक कर्मचारियों के नेता के इस तर्क से सहमत नहीं था तथा उसने यह बताया कि औसत वेतन गलत बतलाया गया था और वास्तव में यह बहुत अधिक है। क्या आप अपने रेखा-चित्र द्वारा दोनों की राय की व्याख्या कर सकते हैं? आप किसकी राय से सहमत हैं और क्यों?

SECTION II

DO ANY TWO OUT OF Q4, Q5 AND Q6.

खंड 2

प्र 4, प्र 5 और प्र 6 में से कोई भी दो कीजिए

4. (a) Six persons toss a coin by turn. The game is won by the player who first throws head. Find the probability of success of the fourth player.
- (b) A coin is tossed three times. If the first toss produces a head, find the probability of **getting at least two heads in three successive attempts.**
- (c) Let A, B and C be independent events with probabilities $1/2$, $1/3$ and $1/4$, compute $P(A \cup B \cup C)$. (4+4+2)

(क) छः व्यक्तियों ने बारी-बारी से एक सिक्के को उछाला। खेल उस खिलाड़ी ने जीता जिसका हेड सबसे पहले आया था। चौथे खिलाड़ी के सफल होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

- (ख) एक सिक्के को तीन बार उछाला जाता है। यदि पहले टॉस में हेड आया, तो तीन बार लगातार प्रयास में कम से कम दो बार हेड आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
- (ग) माना कि A, B और C, $1/2$, $1/3$ और $1/4$ प्रायिकता वाले तीन स्वतंत्र कार्यक्रम हैं, $P(A \cup B \cup C)$ की गणना कीजिए।
5. (a) An electronic manufacturer has two lines A and B assembling identical electronic units. 5% of the units assembled on line A and 10% of the units assembled on line B are defective. All defective units must be reworked at a significant increase in cost. During the last 8 hour shift, line A produced 200 units while line B produced 300 units. One unit is selected at random from the 500 units produced and is found to be defective. What is the probability that it was assembled on line A? Answer the above question if the selected unit was found to be non-defective.
- (b) A real estate agent has a set of 10 keys, one of which will open the front door of an apartment he wants to show to a potential buyer. If the 10 keys are tried in a completely random order, find the probability that
- (i) the first key opens the door
- (ii) all 10 keys are tried.
- (c) Show that if for any two events A and B $P(A/B) > P(A)$ then it is also true that $P(B/A) > P(B)$. (4+4+2)
- (क) एक इलेक्ट्रॉनिक निर्माता ने कतार A और B की कतार में एक जैसी इलेक्ट्रॉनिक इकाइयों को लगाया है। कतार A में लगाई गयी 5% इकाइयां और कतार B में लगाई गयी 10% इकाइयां दोषपूर्ण हैं। लागत में वृद्धि करके सभी दोषपूर्ण इकाइयों को ठीक किया जाना है। अंतिम 8 घंटे की अवधि में, कतार A में 200 इकाइयां और कतार B में 300 इकाइयां उत्पादित की गयी हैं। उत्पादन की गयी 500 इकाइयों में से एक इकाई को यादृच्छिक रूप से चुना गया और जिसे दोषपूर्ण पाया गया। इसके कतार A से निकाले जाने की प्रायिकता क्या है? यदि चुनी गयी इकाई को दोषपूर्ण नहीं पायी गयी है तो उपरोक्त प्रश्न का उत्तर दें?

(ख) एक रियल एस्टेट एजेंट के पास 10 चाबियों का एक सेट है, जिसमें से एक चाबी से एक अपार्टमेंट का सामने वाला दरवाजा खुलेगा जिसे वह एक संभावित क्रेता को दिखाना चाहता है। यदि 10 चाबियों को यादृच्छिक रूप से आजमाया जाता है, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि

(i) पहली चाबी से दरवाजा खुलेगा

(ii) सभी 10 चाबियों को आजमाया गया है

(ग) किन्हीं भी दो घटनाओं A और B के लिए दिखाएं कि $P(A/B) > P(A)$ फिर यह भी सत्य है कि $P(B/A) > P(B)$

6. (a) In a group of 1000 persons, there are 650 who can speak Hindi, 400 can speak English and 150 can speak both Hindi and English. If a person is selected at random, what is the probability that he speaks

(i) only one of the two languages

(ii) at least one of the two languages.

(b) Computers A and B are to be marketed. A salesman has 60% and 40% chances respectively of succeeding in case of A and B. The two computers can be sold independently. Given that the salesman is able to sell at least one computer, what is the probability that computer A has been sold?

(c) A box of 9 gloves contains 2 left handed and 7 right handed gloves.

(i) If 2 gloves are selected at random from the box without replacement, what is the probability that both are right handed?

(ii) If 3 gloves are selected at random from the box without replacement, what is the probability that all are left handed? (4+3+3)

(क) 1000 व्यक्तियों के एक समूह में, 650 व्यक्ति ऐसे हैं जो हिंदी बोल सकते हैं, 400 अंग्रेजी बोल सकते हैं और 150 हिंदी और अंग्रेजी दोनों बोल सकते हैं। यदि एक व्यक्ति को यादृच्छिक रूप से चुना जाए, तो उसके द्वारा

(i) दो में से कोई एक भाषा

(ii) दो में से कम से कम एक भाषा

बोलने की प्रायिकता क्या है

(ख) कंप्यूटर A और B का व्यापार किया जाना है। एक विक्रेता के पास A और B के मामले में सफल होने के क्रमशः 60% और 40% अवसर हैं। दो कंप्यूटरों को स्वतंत्रतापूर्वक बेचा जा सकता है। दिया गया है कि विक्रेता कम से कम एक कंप्यूटर को बेच पाता है, कंप्यूटर A को बेचे जाने की प्रायिकता क्या है?

(ग) दस्तानों से भरे एक बक्से में 2 बाएं हाथ के और 7 दाएं हाथ के दस्ताने हैं।

(i) यदि 2 दस्तानों को एक बक्से से बिना बदले यादृच्छिक रूप से चुना जाता है, तो दोनों के दाएं हाथ के होने की प्रायिकता क्या है?

(ii) यदि 3 दस्तानों को एक बक्से से बिना बदले यादृच्छिक रूप से चुना जाता है, तो दोनों के बाएं हाथ के होने की प्रायिकता क्या है?

SECTION III

*QUESTION NO 7 IS COMPULSORY AND
ATTEMPT ANY TWO OUT OF Q8, Q9 AND Q10.*

खंड 3

प्रश्न क्रमांक 7 अनिवार्य है और प्र 8, प्र 9 और प्र 10 में से
किन्हीं भी दो को हल करें

7. (a) An urn contains four balls numbered 1, 2, 3, and 4. If two balls are drawn at random from the urn and X is the sum of the numbers on the two balls drawn. Find

(i) The probability distribution of X .

(ii) Find the expected value of X .

(b) Suppose $E(X) = 8$ and $E[X(X-5)] = 30$. What is the value of $E(X)$ and $V(X)$? (3+2)

(क) एक पात्र में 1, 2, 3 और 4 क्रमांक की चार गेंदें हैं। यदि पात्र से यादृच्छिक रूप से दो गेंदें निकाली जाती हैं और निकाली गयी दोनों गेंदों के क्रमांकों का योगफल X है। तो

(i) X का प्रायिकता बंटन

(ii) X का अनुमानित मान

ज्ञात कीजिए।

(ख) मान लीजिए कि $E(X) = 8$ है और $E[X(X-5)] = 30$ है। तो $E(X)$ और $V(X)$ का मान क्या है?

8. (a) A private corporation plans to fill up vacancies in a particular department. They offer jobs to 5 candidates and it is believed that for each candidate the probability that the offer will be accepted is 0.6. Assuming that candidate's decisions are made independently, what is the probability that at least 2 candidates accept the offer? What is the probability between 1 and 2 candidates accept the offer?
- (b) Suppose that 10% of all bolts manufactured by a company are found to be defective but they can be repaired in the factory again. Suppose a random sample of 200 bolts is taken. Let X denote the number of bolts that can be repaired. What is the approximate probability that X is less than 30? Give a justification for the method used in calculating the probability.
- (c) Suppose purity of water in a particular region as determined by TDS (Total Dissolved Solids), expressed in mg/L is normally distributed with mean 70mg/L and standard deviation 3 mg/L. (Assume that purity of water is measured on a continuous Scale).
- (i) The water is considered as fit for drinking only if the TDS is between 67 and 75 mg/L. What is the probability that a randomly chosen sample is fit for drinking?
- (ii) If the acceptable range is between $(70-c, 70+c)$, for what value of c would 95% of all samples be fit for drinking? (3+3+4)

- (क) एक निजी निगम की, एक विशेष विभाग में रिक्त पदों को भरने की योजना है। वे 5 उम्मीदवारों को नौकरियों की पेशकश करते हैं और यह माना जाता है कि प्रत्येक उम्मीदवार द्वारा इसे स्वीकार करने की प्रायिकता 0.6 है। मान लीजिए कि उम्मीदवार ने यह निर्णय स्वतंत्र रूप से लिया है, तो कम से कम 2 उम्मीदवारों द्वारा इसे स्वीकार करने की प्रायिकता क्या होगी? 1 और 2 उम्मीदवारों में इसे स्वीकार करने की प्रायिकता क्या होगी?
- (ख) मान लीजिए कि एक कंपनी द्वारा निर्मित सभी बोल्ट्स में से 10% बोल्ट्स दोषपूर्ण पाए गए हैं लेकिन फैक्ट्री में दोबारा से उनकी मरम्मत की जा सकती है। मान लीजिए कि 200 बोल्ट्स का यादृच्छिक नमूना लिया गया। माना कि X मरम्मत किए जा सकने वाले बोल्ट्स की संख्या को निरूपित करता है। X के 30 से कम रहने की प्रायिकता क्या है? प्रायिकता की गणना में प्रयुक्त विधि की प्रमाणिकता सिद्ध कीजिए?
- (ग) मान लीजिए कि एक विशेष क्षेत्र में पानी की शुद्धता क्रो टीडीएस (पूर्णतय: घुले हुए ठोस पदार्थ) द्वारा निर्धारित किया जाता है, जिसे मिग्रा./ली में व्यक्त किया जाता है, इसे प्रायः 70 मिग्रा./ली. के माध्य में तथा 3 मिग्रा./ली के मानक विचलन में वितरित किया गया है (मान लीजिए कि पानी की शुद्धता को सतत पैमाने में मापा जाता है)
- (i) यदि पानी का टीडीएस 67 और 75 मिग्रा./ली. के बीच है तो पानी को पीने योग्य सही माना जाता है। यादृच्छिक रूप से लिए गए नमूने के पीने योग्य होने की प्रायिकता क्या है?
- (ii) यदि स्वीकार्यता की सीमा $(70-c, 70+c)$, के बीच है, तो c के किस मान के लिए पानी के कुल 95% नमूने पीने के लिए सही होंगे?
9. (a) A certain kind of plastic sheet has, on an average, five defects per 10 square feet. If we assume a Poisson distribution, what is the probability that a 15 square foot sheet of plastic will have at least six defects?
- (b) A company receives shipment of 20 items. Because inspection of each item is difficult, it has a policy of checking a random sample of six items from such a shipment, accepting delivery if not more than one sampled item is defective. What is the probability that a shipment with 5 defective items will be accepted?

(c) A large group of students obtained test marks that are normally distributed with mean 60 and standard deviation 15.

(i) What proportion of students obtained scores between 85 and 95?

(ii) Find the cutoff point for top 10% of all students.

(iii) Between what two numbers do the middle 50% of all marks lie?

(3+3+4)

(क) एक विशेष प्रकार की प्लास्टिक शीट में औसतन 5 दोष प्रति 10 स्क्वायर फीट निकलते हैं। यदि हम प्वासों बंटन (poisson distribution) की कल्पना करें, तो प्लास्टिक की 15 स्क्वायर फुट शीट में कम से कम छः दोष होने की प्रायिकता क्या है?

(ख) एक कंपनी 20 वस्तुओं की शिपिंग प्राप्त करती है। चूंकि प्रत्येक वस्तु का निरीक्षण करना मुश्किल है, अतः ऐसे में इस तरह की शिपिंग में छः वस्तुओं में से एक यादृच्छिक वस्तु की जांच करने और एक से अधिक दोषपूर्ण वस्तुएं न निकलने पर डिलीवरी को स्वीकार करने की नीति है। 5 दोषपूर्ण वस्तुओं वाली एक शिपिंग को स्वीकार करने की प्रायिकता क्या है?

(ग) एक बड़े विद्यार्थी-समूह ने परीक्षा में अंक प्राप्त किए हैं जिन्हें प्रायः 60 के माध्य और 15 के मानक विचलन के साथ वितरित किया गया है।

(i) विद्यार्थियों के किस अनुपात को 85 और 95 के बीच में अंक प्रदान किए गए?

(ii) सभी शीर्ष 10% विद्यार्थियों के कटअफ ज्ञात कीजिए।

(iii) किन दो संख्याओं के बीच सभी अंकों का मध्य वाला 50 प्रतिशत पड़ता है ?

10. (a) Recently smog alert was called in areas of Delhi/NCR. It was found that this region has about 50 industrial firms. An inspector randomly visits 10 firms to check for violations of regulations,

(i) If 15 of the firms are actually violating at least one regulation, what is the probability mass function of the number of firms visited by the inspector that are in violation of at least one regulation?

P.T.O.

- (ii) If there are 800 firms in the area of which, 200 are in violation then approximate the probability mass function in part i) by a simpler probability mass function.
- (b) It is observed at a food outlet that customers enter the outlet at the rate of 8 per hour. What is the probability that more than 15 minutes pass between the arrival of 2 customers?
- (c) The time (in minutes) required to get your turn at a bowling alley (X) is uniformly distributed with $A = 25$ minutes and $B = 35$ minutes. Determine the probability density function of X . What is the probability that the time required to get your turn exceeds 33 minutes? (4+3+3)
- (क) हाल ही में दिल्ली/एनसीआर के क्षेत्रों में धुंध की चेतावनी दी गई थी। यह पाया गया कि इन क्षेत्रों में 50 औद्योगिक फर्म हैं। एक निरीक्षक बेतरतीब ढंग से नियमों के उल्लंघन की जांच करने के लिए 10 फर्म विजिट करता है,
- (i) यदि वास्तव में 15 फर्म कम से कम एक नियम का उल्लंघन करते हैं, तो निरीक्षक द्वारा विजिट किए गए फर्मों द्वारा कम से कम एक नियम का उल्लंघन करने की समूह प्रायिकता फलन (probability mass function) क्या है?
- (ii) यदि उस क्षेत्र में कुल 800 फर्म हैं और जिसमें से 200 फर्म उल्लंघन करते हैं, तो भाग (i) में एक सरलतम समूह प्रायिकता फलन द्वारा समूह प्रायिकता फलन को सन्निकटन कीजिए?
- (ख) एक खाद्य केंद्र पर यह देखा गया कि ग्राहक, प्रति घंटा 8 ग्राहक की दर से केंद्र में आते हैं। 2 ग्राहकों के आने के बीच का समय 15 मिनट से अधिक गुजर जाने की प्रायिकता क्या है?
- (ग) एक बॉलिंग ऐली में आपकी बारी आने के लिए आवश्यक समय को $A = 25$ मिनट और $B = 35$ मिनट के साथ एक समान रूप से वितरित किया गया है। X का प्रायिकता घनत्व फलन निर्धारित कीजिए। आपकी बारी आने के लिए आवश्यक समय 33 मिनट से अधिक होने की प्रायिकता क्या है?

SECTION IV

ATTEMPT ANY TWO QUESTIONS OUT OF Q 11, Q12 AND Q13

खंड 4

प्र 11, प्र 12 और प्र 13 में से कोई भी दो प्रश्न कीजिए

11. Given the continuous joint probability function $f(x,y) = \frac{k(x+y)}{3}$, $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$, compute the following:

(i) For what value of k is $f(x,y)$ a valid probability function?

(ii) Expected value of Y when $X = 0.5$

(iii) Marginal distribution of X

(iv) $P(X < 0.4)$

(v) Covariance of X and Y

(2 x 5)

संयुक्त प्रायिकता फलन $f(x,y) = \frac{k(x+y)}{3}$, $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$ दिया गया है, निम्नांकित की गणना कीजिए:

(i) A के किस मान के लिए फलन $f(x,y)$ एक मान्य प्रायिकता फलन है?

(ii) Y का प्रत्याशित मान जब $X = 0.5$ है

(iii) X का उपांत बंटन (Marginal distribution)

(iv) $P(X < 0.4)$

(v) X और Y का सहप्रसरण

P.T.O.

12. You are given the following bivariate probability distribution table:

X \ Y	0	1	2
0	C	A	.13
1	0.1	0.02	B
2	0.1	0.08	0.17

(i) For what value of A, B and C is the above table valid as a probability distribution if $P(X=0) = 0.3$, $P(Y=1) = 0.5$?

(ii) Find $E(X/Y=1)$

(iii) Find covariance between x and y.

(iv) Let $Z = |X - Y|$. Derive the probability distribution for Z.

(v) Find $V(Z)$

(2*5=10)

Z

$$0 \quad -0.23 + 0.02 + 0.17 = -0.04$$

$$1 \quad 0.1 + 0.4 + 0.08 + 0.23 = 0.81$$

$$2 \quad 0.1 + 0.13 = 0.23$$

$$\underline{1}$$

1.73

~~1.05~~ $\rightarrow 0.36$

$E(XY)$

$1.038 = 0.02(1)(1) + 0.23(1)(2)$

$= -0.195$

आपको नीचे एक द्विचर प्रायिकता वितरण तालिका दी गयी है:

	Y	0	1	2
X				
0		$\cdot 23$ C	$\cdot 4$ A	.13
1		0.1	0.02	B $\cdot 23$
2		0.1	0.08	0.17

(i) एक प्रायिकता वितरण के रूप में उपरोक्त तालिका A, B और C के किस मान के लिए मान्य है यदि $P(X=0) = 0.3$, $P(Y=1) = 0.5$ है?

(ii) $E(X/Y=1)$ ज्ञात कीजिए

(iii) x और y के बीच सहप्रसरण ज्ञात कीजिए

(iv) माना कि $Z = |(X - Y)|$ है Z के लिए प्रायिकता वितरण व्युत्पन्न कीजिए। E

(v) $V(Z)$ ज्ञात कीजिए

X	$P(X/Y=1)$
0	.3
1	.35
2	.35

13. A student travels by metro and rickshaw to reach college The daily travel expenses (E) are given in Rupees by $E=2.5M + 1.5R$, where M is the distance in kilometers travelled by Metro and R is the distance travelled by rickshaw. Variables M and R have means 20 and 10 respectively with standard deviations of 5 each.

(i) Compute the mean daily expense.

(ii) What is the variance of daily travel expenses?

(iii) If $E(RM) = 180$, what will be covariance (R, M) and correlation (R, M) ?

(iv) What can you say about the relation between travel in these two modes?

(v) . If a friend gives a lift in his bike then daily expenses are reduced by 40 paise per kilometer, for every kilometer that he travels by metro. What is the effect on expected expenses now? $(2*5=10)$

एक विद्यार्थी कॉलेज जाने के लिए मेट्रो और रिक्शा का सहारा लेता है। उसके दैनिक व्यय (E) को रुपयों में $E=2.5M + 1.5R$ के द्वारा दर्शाया जाता है, जहां M किमी. में उसके द्वारा मेट्रो में तय की गयी दूरी है और R रिक्शा द्वारा तय की गयी दूरी है। 5 मानक विचलन के साथ चर M और R का माध्य क्रमशः 20 और 10 है।

(i) दैनिक माध्य व्यय की गणना कीजिए।

(ii) दैनिक यात्रा व्यय का सहप्रसरण क्या है?

(iii) यदि $E(RM) = 180$ है, तो सहप्रसरण (R, M) और सहसंबंधा (R, M) क्या होगा?

(iv) इन दोनों प्रणालियों में यात्र के बीच के संबंध के बारे में आप क्या कह सकते हैं?

(v) यदि एक मित्र अपनी बाइक पर लिफ्ट देता है तो उसका दैनिक व्यय हर किलोमीटर की यात्रा पर 40 पैसा प्रति किलोमीटर तक कम हो जाता है। अब प्रत्याशित व्यय पर इसका क्या प्रभाव पड़ेगा?

[This question paper contains 12+9 printed pages.]

Dec-2017

5
1/2
252

Your Roll No.....

Sr. No. of Question Paper : 2652 HC

Unique Paper Code : 12271303

Name of the Paper : Statistical Methods for Economics
C-3

Name of the Course : B.A. (H) Economics – CBCS

Semester : III

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 75

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. All questions within each section are to be answered in a continuous manner on the answer sheet. Start each question on a new page and all subparts of a question should follow one after the other.
3. Answers may be written in Hindi or English but the same medium should be followed throughout the paper.
4. Use of simple calculator is permitted.
5. Required statistical tables are attached with this question paper.
6. This paper contains four sections. Attempt all sections.

P.T.O.

SECTION I

Q.1 is compulsory. Do any one out of Q.2 and Q.3.

1. (a) The heights of five players in a football team have mean of 76 inches, a median of 78 inches and a range of 11 inches.

(i) If the tallest of these players is replaced by a substitute who is two inches taller, would these three measures change? If yes, how?

(ii) If the tallest player is replaced by a substitute who is four inches shorter, which of the new values (mean, median, and range) could you determine? What would their new values be?

(b) Show that for any three events A, B and C with $P(C) > 0$,

$$P(A \cup B/C) = P(A/C) + P(B/C) - P(A \cap B/C) \quad (3+2)$$

2. (a) The marks of 21 students in a 50 marks maths test are given below :

18	20	25	28	30	35	36	38	39	40	41	41
41	42	42	43	44	45	45	47	50			

Calculate a 10% trimmed mean for the data above.

(b) If A and B are independent events prove that A' (complement of A) and B' (complement of B) would likewise be independent.

(c) An infrastructure company has launched two projects, one in Mumbai and the other in Delhi. Suppose that the probability of success of the Mumbai project is 0.8 and the probability of success of the Delhi project is 0.3 and that the success of anyone project is independent of the other. If the Delhi project is unsuccessful? is the probability that the Mumbai one is also unsuccessful? Explain your answer. Given that at least one of the two projects is successful, what is the probability that only the Mumbai project is successful? (4+3+3)

3. (a) A factory employs 10 workers in the production department, 8 workers in the packaging department and 7 workers in the delivery department. Out of these workers 5 are to be randomly selected for a training programme. What is the probability that at least one of the departments will be unrepresented among the selected workers?

(b) The marks distribution (in %) of students of a class was found to be symmetric. Results revealed that 25% of the students scored 78% or more while one-fourth of these students scored 30% or less. Determine the mean score of these students. Also, find the 10% trimmed mean, if possible.

(c) Let A be the event that a randomly selected individual likes vanilla flavour, B be the event that a random selected individual likes strawberry flavour and C be the event that a randomly selected individual likes chocolate flavour. Suppose that

$$P(A) = 0.65$$

$$P(B) = 0.55$$

$$P(C) = 0.70$$

$$P(A \cup B) = 0.8$$

$$P(B \cap C) = 0.3$$

$$P(A \cup B \cup C) = 0.9$$



$$P(A) = 1$$

- (i) What is the probability that the individual likes both the vanilla and the strawberry flavours?
- (ii) If it is known that the individual did not like vanilla, what now is the probability that the individual liked at least one of the other two flavours?

$$(4+3+3)$$

SECTION - II

Do any two out of Q.4, Q.5 and Q.6.

4. (a) The probability distribution for the number of machines that might break down in a day has been determined for a machine shop. The probabilities for 0, 1, and 2 breakdowns are respectively 0.3, 0.6 and 0.1.
- (i) Find the mean and standard deviation of the number of daily breakdowns.

(ii) Daily repair costs, R, found in rupees are calculated as $R = 300 + 200X^2$, where X is the number of breakdowns. Calculate the expected daily repair cost.

(b) A salesman makes initial contact with the potential customers in order to assess whether the customers would like to purchase the product if offered some lucrative discounts. His survey suggests that 40% of the customers would purchase the product if offered a discount. If he contacts 100 customers, then what is the approximate probability that between 45 and 50 customers would actually purchase the product?

(c) The amount of time, in minutes, that a person must wait for a bus is uniformly distributed between 0 and 15 minutes, inclusive. What is the probability that a person waits fewer than 12.5 minutes? What is his expected waiting time?

(4+3+3)

5. (a) The time taken (in hours) by a transport company to deliver a consignment of apples from an orchard in Himachal is a continuous random variable with pdf given by:

$$\begin{cases} \frac{1}{25}x & \text{for } 0 \leq x < 5 \\ \frac{2}{5} - \frac{1}{25}x & \text{for } 5 \leq x \leq 10 \\ 0 & \text{for } x < 0 \text{ or } x > 10 \end{cases}$$

- (i) What is the probability that the time taken to deliver the consignment is at the most 3 hours?
- (ii) Compute Expected time taken and the standard deviation of the delivery time.

(b) On a statistics examination, grades are normally distributed with the mean grade being 72 and the standard deviation was 9. The top 10% of the students are to receive A's. What is the minimum grade a student must get in order to receive an A?

(c) What is the probability of getting a 9 exactly once in 3 throws with a pair of fair dice? (4+3+3)

6. (a) Suppose that 10% of the probability for a certain distribution that is normal with mean μ and variance σ^2 is below 60 and that 5% is above 90. What are the values of μ and σ ?

60 < 60 < 90

$$\begin{aligned}
 63, 54, 45, 36 & \quad \frac{41}{36} \frac{32.8}{26.9} \quad 3 \left(\frac{1}{60} \right) \left(\frac{8}{3} \right)
 \end{aligned}$$

(b) Let X be the time between two successive landings of planes at an airport in a certain city. If X has an exponential distribution with $\lambda=1$, compute the expected time between two successive landings. Also calculate the standard deviation of X. What is the value of $P(1 \leq X \leq 2)$?

(c) Let X have the following pdf

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{for } 0 \leq X \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

which is a uniform distribution on $[0, 1]$.

$$h(X) \text{ is given by } \max(X, 1-X) = \begin{cases} 1-X & \text{if } 0 \leq X \leq 1/2 \\ X & \text{if } 1/2 \leq X \leq 1 \end{cases} \quad (4+3+3)$$

Find the expected value of $h(X)$

SECTION III

Do any two out of Q.7, Q.8 and Q.9.

7. (a) Let X and Y have the joint pmf $p(x,y)$ described as follows:

(x,y)	(0,0)	(0,1)	(1,0)	(1,1)	(2,0)	(2,1)
P(x,y)	1/18	3/18	4/18	3/18	6/18	1/18

$P(x,y)$ is equal to 0 elsewhere.

- (i) Find the marginal probability mass functions X and Y .
- (ii) Find the conditional mean of Y given $x=1$.
- (b) A production process is composed of three stages - II and III. The time taken at each stage is normal distributed with mean equal to 15, 30 and 20 second. The standard deviation of time taken at each stage is 1 and 1.5 seconds respectively. Assume time taken by each stage is independent of time taken by other stages.
- (i) What is the probability that it will take more than 1 minute to complete a randomly chosen process? 9.
- (ii) For a randomly chosen process what is the probability that time taken in stage I exceeds 17 seconds? (4+3+3)
- (c) Let X be a normally distributed random variable with mean 16 and variance 9. A random sample of size n is chosen from this distribution. Let \bar{X} be the sample mean. The standard deviation of \bar{X} is found to be 0.3. What is the sample size n ? (4+3+3)
8. (a) If $f(x,y) = (x+y)/k$ for $x = 1, 2$ and $y = 1, 2, 3$. Find the value of k for $f(x,y)$ to be a valid joint probability mass function. What is the value of $E(X)$ and $E(Y)$? (5+5)

- (b) The outer diameter of a pipe is normally distributed with average 20 mm and standard deviation 5 mm. The inner diameter of the pipe is normally distributed with average 18 mm and standard deviation of 4 mm. If \bar{X} is sample average of outer diameter of 16 randomly chosen pipes and \bar{Y} is sample average from the same sample of 16 pipes, *margin dist*
- (i) Describe the distribution of $(\bar{X} - \bar{Y})$ (5+5)
- (ii) Find $P(-1 \leq (\bar{X} - \bar{Y}) \leq 1)$
- (a) If two cards are randomly drawn (without replacement) from an ordinary deck of 52 playing cards, Z is the number of aces obtained in the first draw, and W is the total number of aces obtained in both draws, find
- (i) The joint probability distribution of Z and W
- (ii) The marginal distribution of Z
- (b) Let Y denote the engine power of a new car that is launched in three models that differ in power (denoted by bhp). Market survey shows that 20% customers want to buy the car with 2 bhp, while 30% buy the car with 5 bhp power. The rest prefer the model with 4 bhp. Derive the sampling distribution of average engine power using a sample size of 2, if the samples are obtained through random sampling. (5+5)
- P.T.O.

SECTION IV

Do any two out of Q.10, Q.11 and Q.12.

10. (a) Varun Publications obtained a random sample of books to determine their average. The cost of books assumed to be normally distributed. If the sample mean is Rs. 23.56 and sample standard deviation is Rs. 4.6, find

- (i) 98% confidence interval for the cost of a book
- (ii) How can Varun Publication's make their result more reliable? Is there any loss associated with it?

(b) What is Mean Squared error (MSE) of an estimator $\hat{\theta}$? Show that $MSE(\hat{\theta}) = \text{Variance}(\hat{\theta}) + (\text{Bias}(\hat{\theta}))^2$

(c) Consider a random sample $(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ from a population from a probability distribution function

$f(x; \theta) = 3(1 + x^*\theta)$. Where $-2 \leq x \leq 2$.

(i) Show that $\hat{\theta} = (\text{sample mean} / 16)$ is an unbiased estimator for θ .

(ii) If a sample size is 3 and the sample is $(-1, 1, 2)$ give point estimate for θ . (4+3+3)

$E(\hat{\theta}) = \frac{3 \times 1}{16}$
 $E(\hat{\theta}) = \frac{3 \times 1}{16}$
 $E(\hat{\theta}) = \frac{3 \times 1}{16}$

$E(\hat{\theta}) = \theta$
 $E(\hat{\theta}) = \theta$

1. (a) For each of the following confidence intervals drawn from normally distributed populations, find the confidence level, width and mention the distribution associated with the statistic used:

(i) $\left[\bar{X} - 1.4 \frac{\sigma}{\sqrt{49}}, \bar{X} + 2.05 \frac{\sigma}{\sqrt{49}} \right]$

0.9798
 1 - 0.05 = 0.95
 0.95

(ii) $\left[\bar{X} - 2.069 \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{X} + 2.807 \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$ where $n = 24$

(b) Consider a random sample $(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ from a probability mass function

$p(x; \theta) = 2x / \theta(\theta + 1)$. Where $x = 1, 2, 3, \dots, \theta$.

(i) Find an estimator for θ using method of moments.

(ii) If sample size is 3 and sample is $(1, 3, 5)$ give point estimate for theta.

(c) Let (x_1, x_2, \dots, x_n) be a random sample from a population with mean μ and standard deviation σ . Show that

$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$ is unbiased estimator of population variance, denoted by σ^2 . (4+3+3)

12. (a) A sample of 50 houses shows smoke levels of 654.16 ppm and standard deviation of 164.43 ppm.

(i) Find the 92% confidence interval for true smoke levels.

(ii) Suppose that the population standard deviation is 175 ppm, what must be sample size if we want size of error to be 25 ppm only at 95% confidence level?

(b) Suppose that true average marks of Section A and Section B of Economics (Hons) are equal in college, equal to μ . The variance in marks for Section A is σ^2 , whereas it is $4\sigma^2$ for Section B. Let \bar{A} denote average marks from a sample of size M from Section A, while \bar{B} denote average marks from a sample of size N from Section B. Let the estimator for μ be $\hat{\mu} = \alpha\bar{A} + (1-\alpha)\bar{B}$

(i) Under what conditions is $\hat{\mu}$ unbiased.

(ii) What value of α will minimize variance of this estimator?

(c) Consider a random sample $(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ from a probability distribution function

$f(x; \theta) = \theta x^{(\theta-1)}$, where $0 \leq x \leq 1$. Find a maximum likelihood estimator for θ . (4+3+3)

Name of course: Core CBCS

Scheme/Mode of Examination: CBCS Semester –III

Name of the Paper: Statistical Methods for Economics

UPC/Subject Code: 12271303

Duration: 3 Hrs.

Maximum Marks: 75

Instructions: Answer any four questions. All questions carry equal marks. Answers may be written either in English or in Hindi but the same medium should be used throughout the paper. The use of a simple non-programmable calculator is allowed. Statistical tables are attached for your reference. In all calculations, figures should be rounded to two decimal places.

निर्देश: किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दें। सभी प्रश्नों के समान अंक हैं। उत्तर अंग्रेजी या हिंदी में लिखे जा सकते हैं लेकिन पूरे पेपर में एक ही माध्यम का उपयोग किया जाना चाहिए। एक साधारण गैर-प्रोग्रामेबल कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है। सांख्यिकीय टेबल आपके संदर्भ के लिए संलग्न हैं। सभी गणनाओं में, आंकड़ों को दो दशमलव स्थानों पर गोल किया जाना चाहिए।

- Q1 i) A consignment of 7 refrigerator sets contains 5 sets with no scratch on them. A hotel makes a random purchase of 3 of the sets. If X is the number of refrigerator sets purchased with a scratch on it,
- Find the probability distribution of X.
 - Find the Cumulative Distribution Function (CDF) of X.
 - Construct a graph of the CDF.
 - Using CDF, find $P(0 < X \leq 2)$

ii) a) Suppose Let X denote the proportion of time in a day that a randomly selected student spends on a smart phone. Suppose the probability density function of X is

$$f(x; \theta) = \begin{cases} (\theta + 1)x^\theta & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases} \quad -1 < \theta$$

A random sample of 5 students is taken with the following observation,

0.34, 0.40, 0.12, 0.55 and 0.01.

Use the method of moments to obtain an estimator of θ and then compute the estimate of this data

b) If U and V are two independent standard normal random variables and $Z=0.6U+0.8V$. Determine $\text{Corr}(U, Z)$

iii) On the basis of a survey of 25 random typists, a confidence interval for the mean time needed to complete typing a page was (5.588; 6.412). Knowing that the distribution of the time needed to type a page is normal, and the sample standard deviation was equal to 1, determine the confidence level used for the calculations.

Q1 i) 7 रेफ्रिजरेटर सेट के प्रेषित माल में 5 सेट होते हैं, जिन पर कोई खरोंच नहीं होती है। एक होटल 3 सेटों की एक यादृच्छिक खरीद करता है। यदि एक खरोंच के साथ खरीदे गए रेफ्रिजरेटर सेट की संख्या X है,

ए) X के प्रायिकता बंटन का पता लगाएं।

बी) X के संचयी बंटन फलन (CDF) का पता लगाएं।

सी) संचयी बंटन फलन (CDF) के एक ग्राफ का निर्माण कीजिये।

डी) संचयी बंटन फलन (CDF) का उपयोग करते हुए, $P(0 < X \leq 2)$ खोजिये।

ii) ए) मान लीजिए कि X एक दिन में समय के अनुपात को दर्शाता है, जो एक यादृच्छिक रूप से चयनित छात्र स्मार्ट फोन पर खर्च करता है। मान लीजिए कि X का प्रायिकता घनत्व फलन है

$$f(x; \theta) = \begin{cases} (\theta + 1)x^\theta & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases} \quad -1 < \theta$$

5 छात्रों का यादृच्छिक नमूना निम्नलिखित अवलोकन के साथ लिया गया है,

0.34, 0.40, 0.12, 0.55, 0.01

क्षणों की विधि का उपयोग करते हुए θ का एक अनुमानक प्राप्त करें और फिर इस डेटा के अनुमान की गणना करें।

बी) यदि U और V दो स्वतंत्र मानक सामान्य यादृच्छिक चर हैं, और $Z=0.6U+0.8V$ हैं, तब $\text{Corr}(U, Z)$ निर्धारित कीजिये।

iii) 25 यादृच्छिक टाइपिस्टों के एक सर्वेक्षण के आधार पर, एक पृष्ठ टाइप करने के लिए आवश्यक औसत समय का विश्वास अंतराल (5.588; 6.412) है। यह जानते हुए कि किसी पृष्ठ को टाइप करने के लिए आवश्यक समय का वितरण सामान्य है, और

नमूना मानक विचलन 1 के बराबर है, गणना के लिए उपयोग किए गए विश्वास स्तर को निर्धारित कीजिये।

- Q2 i) Suppose that four persons working in a factory are given the job of stamping expiry date on the packet of buns. Person A, who stamps 20% of packets, fails to stamp the expiry date once in every 200 packets. Person B who stamps 60% of packets, fails to stamp the expiry date once in every 100 packets. Person C who stamps 15% of packets, fails to stamp the expiry date once in every 90 packets and Person D who stamps 5% of packets, fails to stamp the expiry date once in every 200 packets. If a buyer complains that her packet of buns does not show the expiry date, what is the probability that,
- It was Person A who failed to stamp?
 - It was stamped by Person B or C?
 - What is the probability that a packet bought shows an expiry date and it was not stamped by B?

ii) a) A quiz assignment of 150 questions, each question with 5 possible answers, was given to a student of which only 1 answer is correct. The student knows answers of 80 questions. What is the approximate probability that a student with no knowledge of the remaining questions, yields between 20 to 23 correct answers from his sheer guess work?

b) Assume 50 more questions are added in the assignment. How would the answer to part (i) be affected, if the student knew the answers to all the additional questions.

iii) It is suggested that the number of persons arriving per hour in a bank follows Poisson process and on average 5 persons arrive per hour. As a precautionary measure to avoid spread of Corona virus, suppose the bank can't allow more than 10 persons to enter in a given hour.

a) What is the probability that in a given hour, the bank staff can no longer allow more persons to enter?

b) What is the probability that more than 20 persons enter the bank during a 3-hour period?

- Q2 i) मान लीजिए कि एक कारखाने में काम करने वाले चार व्यक्तियों को बन्स के पैकेट पर एक्सपायरी डेट की मुहर लगाने का काम दिया जाता है। 20% पैकेटों पर मुहर लगाने वाला व्यक्ति A, प्रत्येक 200 पैकेटों में एक बार एक्सपायरी तिथि अंकित करने में विफल रहता है। 60% पैकेटों पर मुहर लगाने वाला व्यक्ति B, प्रत्येक 100 पैकेटों में एक बार एक्सपायरी डेट की मुहर लगाने में विफल रहता है। 15% पैकेटों पर मुहर लगाने वाला व्यक्ति C, प्रत्येक 90 पैकेटों में एक बार एक्सपायरी डेट पर मुहर लगाने

में विफल रहता है और व्यक्ति D जो 5% पैकेटों पर मुहर लगाता है, वह प्रत्येक 200 पैकेटों में एक बार एक्सपायरी डेट पर मुहर लगाने में विफल रहता है। यदि कोई खरीदार शिकायत करता है कि उसके बन्स के पैकेट पर एक्सपायरी डेट नहीं दिखती है, तो क्या संभावना है कि,

ऐ) यह व्यक्ति A था जो मुहर लगाने में असफल रहा?

बी) इस पर व्यक्ति बी या सी ने मुहर लगाई थी?

सी) क्या संभावना है कि खरीदा गया एक पैकेट एक्सपायरी डेट दिखाता है और उस पर B द्वारा मुहर नहीं लगाई गई थी?

ii) ऐ) एक छात्र को 150 प्रश्नों का एक प्रश्नोत्तरी असाइनमेंट दिया जाता है जिसमें, प्रत्येक प्रश्न के 5 संभावित उत्तर हैं, जिनमें से केवल 1 उत्तर सही है। छात्र 80 प्रश्नों के उत्तर जानता है। अनुमानित संभावना क्या है कि, एक छात्र जिसके पास शेष प्रश्नों का ज्ञान नहीं है, वह अपने सीधे अनुमान से 20 से 23 के बीच सही उत्तर देता है?

बी) मान लीजिये कि असाइनमेंट में 50 और प्रश्न जोड़े गए हैं, भाग (ऐ) का उत्तर कैसे प्रभावित होगा, यदि छात्र सभी अतिरिक्त प्रश्नों के उत्तर जानता है।

iii) यह सुझाव दिया गया है कि एक बैंक में प्रति घंटे आने वाले व्यक्तियों की संख्या पॉइसन प्रक्रिया का अनुसरण करती है और औसतन 5 व्यक्ति प्रति घंटे बैंक में आते हैं। कोरोना वायरस के प्रसार से बचने के लिए एहतियाती उपाय के रूप में, मान लीजिए कि बैंक एक निश्चित समय में 10 से अधिक व्यक्तियों को प्रवेश करने की अनुमति नहीं दे सकता है।

ऐ) क्या संभावना है कि दिए गए घंटे में, बैंक कर्मचारी अब अधिक व्यक्तियों को प्रवेश करने की अनुमति नहीं दे सकता है?

बी) क्या संभावना है कि 3 घंटे की अवधि के दौरान 20 से अधिक व्यक्ति बैंक में प्रवेश करते हैं?

Q3 i) The joint probability distribution of two discrete random variables X and Y is given as,

p(x,y)		x		
		1	2	3
y	1	0.1	0.2	0.1
	2	0.15	0	0.15
	3	0.25	0.05	0

- Construct the marginal distribution of X and Y.
- Are X and Y variables independent?
- Find $E(-2XY)$
- Find $E(Y/X=2)$.
- Find correlation coefficient between X and Y.

ii) The density function of a random variable X is given as,

$$f(x) = \begin{cases} 2(1-x), & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

- Calculate $P(X \leq 1/3)$.
- What is probability that X will exceed 0.5?
- Given that $X \geq 0.5$, what is probability that X will be less than 0.75?

iii) What is the probability that the owner of the Hotel Bar does not allow the two minors to enter, if he randomly checks the identity cards of 5 students from among 9 students of which only 5 are of eligible age.

Q3 i) दो असतत यादृच्छिक चर X और Y का संयुक्त संभाव्यता वितरण निम्नानुसार है,

p(x,y)		x		
		1	2	3
y	1	0.1	0.2	0.1
	2	0.15	0	0.15
	3	0.25	0.05	0

- X और Y के सीमांत वितरण का निर्माण कीजिये।
- क्या X और Y चर स्वतंत्र हैं?

सी) $E(-2XY)$ का ज्ञात कीजिये ।

डी) $E(Y/X=2)$ का ज्ञात कीजिये ।

ई) X और Y के बीच सहसंबंध गुणांक का ज्ञात कीजिये।

ii) एक यादृच्छिक चर X का घनत्व कार्य निम्नानुसार दिया गया है,

$$f(x) = \begin{cases} 2(1-x), & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

ए) गणना कीजिये $P(X \leq 1/3)$ ।

बी) क्या संभावना है कि X 0.5 से अधिक होगा?

सी) अगर यह दिया हुआ है कि $X \geq 0.5$, क्या संभावना है कि X 0.75 से कम होगा?

iii) क्या संभावना है कि होटल बार का मालिक दो नाबालिगों को प्रवेश करने की अनुमति नहीं देता है, अगर वह 9 छात्रों में से 5 छात्रों के पहचान पत्र को यादृच्छिक रूप से जांचता है, जिनमें से केवल 5 उपयुक्त आयु के हैं।

Q4 i) To check the effectiveness of two brands of refrigerators, time taken for ice cubes to be formed from water in the freezer was compared. Two independent experiments based on 15 refrigerators of each brand were performed and time taken in formation of ice cubes was recorded. Suppose the population variance for both brands is 1.0 hour. Assuming normal distribution and mean time for both brands is equal to 20 hours, find the,

a) Probability that the average time taken by brand A (\bar{X}_A) is higher than average time taken by B brand (\bar{X}_B) is at least 1.0 hour.

b) Probability that \bar{X}_A will deviate from \bar{X}_B by at least 45 minutes.

c) How would your answer change if the underlying distribution was not normal?

ii) Find a maximum likelihood estimator of μ for a random sample of X_1, X_2, \dots, X_n taken from a Poisson distribution. Clearly write all the steps.

iii) a) If X is distributed as normal with $\mu=40$ and $\sigma^2=4$, compute three values of the random variable X that divide the distribution in four equal parts.

- b) Find k such that $P(k < T < -1.729) = 0.049$ for a random sample of size 20 taken from a normal distribution with $T = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}}$.

Q4 i) दो ब्रांडों के रेफ्रिजरेटर की प्रभावशीलता की जांच करने के लिए, फ्रीजर में पानी से बर्फ के टुकड़े बनाने के लिए लगने वाले समय की तुलना की गई है। प्रत्येक ब्रांड के 15 रेफ्रिजरेटर पर आधारित दो स्वतंत्र प्रयोगों का प्रदर्शन किया गया और बर्फ के टुकड़ों के निर्माण में लगने वाले समय को अभिलिखित किया गया। मान लीजिए दोनों ब्रांडों के लिए समष्टि प्रसरण 1.0 घंटे हैं। मान लीजिए दोनों ब्रांडों के लिए सामान्य वितरण और औसत समय 20 घंटे के बराबर है, ज्ञात कीजिये,

ऐ) क्या संभावना है कि ब्रांड A द्वारा लिया गया औसत समय (\bar{X}_A), ब्रांड B द्वारा लिए गए औसत समय (\bar{X}_B) से, कम से कम 1.0 घंटे उच्चतम हैं।

बी) क्या संभावना है कि (\bar{X}_A) कम से कम 45 मिनट (\bar{X}_B), से विचलन करेगा।

सी) यदि अंतर्निहित वितरण सामान्य नहीं है तो आपका उत्तर कैसे बदलेगा?

ii) X_1, X_2, \dots, X_n , के एक पॉइसन वितरण से लिए गए यादृच्छिक नमूने के लिए μ का अधिकतम संभावना अनुमानक ज्ञात कीजिये, सभी चरणों को स्पष्ट रूप से लिखिए।

iii) ऐ) यदि X को $\mu=40$ और $\sigma^2=4$ के साथ सामान्य रूप से वितरित किया जाता है, तो यादृच्छिक चर X के तीन मानों की गणना कीजिये जो वितरण को चार समान भागों में विभाजित करते हैं।

बी) एक सामान्य वितरण से 20 के आकार के यादृच्छिक नमूने को लिया गया है, तो $P(k < T < -1.729) = 0.049$ के लिए K का ज्ञात कीजिये जब $T = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}}$ हैं।

Q5 i) Consider a random sample X_1, X_2, \dots, X_{30} of size 30, drawn from a normal distribution with $\mu= 30$, find maximum likelihood estimator of the population variance σ^2 .

a) Is the maximum likelihood estimator obtained in part (i) biased? Justify your answer.

b) If the observed sample is 3, 6, 2, 0, 4, 3; compute the MLE of σ^2 .

c) How would your answer in part (i) be affected if the number of observations remains 30 and μ is reduced to zero?

- ii) Suppose a test procedure about the population mean μ is performed, when the population is normal and the sample size is 10. If the alternative hypothesis is:
- $H_a: \mu < \mu_0$, what is the rejection region for the test at 5% level of significance, if the population standard deviation is known? Show diagrammatically.
 - $H_a: \mu \neq \mu_0$, what is the rejection region for the test at 2% level of significance, if the population standard deviation is unknown? Show diagrammatically.
 - If the sample of 10 observations gave a mean of 20 and a standard deviation of 2, conduct the test in part (ii), given that $\mu_0 = 21$.

- iii) a) A paediatrician wants to estimate the mean weight of firstborn babies which is normally distributed. The standard deviation of weight for all firstborn babies is 1.15 kg. If she wants to be 94% sure that the mean weight of firstborns differs from their sample mean by no more than 0.25 kgs, what should be the size of the sample?
- b) For a given sample size, why is a 90% confidence interval smaller than 99%. Wouldn't it always be desirable to reduce the interval width in this manner?

Q5 i) एक 30 के आकार के यादृच्छिक नमूने X_1, X_2, \dots, X_{30} , पर विचार कीजिये, जो $\mu = 30$ के साथ एक सामान्य वितरण से खींचा गया है, समष्टि प्रसरण σ^2 का अधिकतम संभावना अनुमानक ज्ञात कीजिये।

ऐ) क्या भाग (i) में प्राप्त हुआ अधिकतम संभावना अनुमानक पक्षपाती है? अपने जवाब का औचित्य साबित कीजिये।

बी) यदि देखा गया नमूना 3, 6, 2, 0, 4, 3 है, तो σ^2 के MLE की गणना कीजिये।

ग) यदि टिप्पणियों की संख्या 30 और μ शून्य तक कम हो जाता है, तो आपका उत्तर भाग (i) में कैसे प्रभावित होगा?

ii) मान लीजिए कि जनसंख्या औसत μ के बारे में परीक्षण प्रक्रिया का प्रदर्शन किया जाता है, जब जनसंख्या सामान्य है और नमूना आकार 10 है। यदि वैकल्पिक परिकल्पना है:

ऐ) $H_a: \mu < \mu_0$, तो 5% के स्तर पर परीक्षण के लिए अस्वीकृति क्षेत्र क्या है अगर जनसंख्या मानक विचलन ज्ञात है? आकृति द्वारा दिखाएं।

बी) $H_a: \mu \neq \mu_0$, तो 2% के स्तर पर परीक्षण के लिए अस्वीकृति क्षेत्र क्या है अगर जनसंख्या मानक विचलन ज्ञात नहीं है? आकृति द्वारा दिखाएं।

सी) यदि 10 अवलोकनों के नमूने में 20 का औसत दिया जाता है और 2 का मानक विचलन होता है, तो भाग (ii) का परीक्षण करें, यह देखते हुए कि $\mu_0=21$ है।

iii) ऐ) एक बाल रोग विशेषज्ञ सभी पहली जन्मी संतान के औसत वजन का अनुमान लगाना चाहता है। सभी पहली जन्मी संतान के वजन का मानक विचलन 1.15 किलोग्राम है। अगर वह 94% सुनिश्चित होना चाहती है कि पहली जन्मी संतान का औसत वजन और नमूना औसत का अंतर 0.25 किलोग्राम से अधिक नहीं है, तो नमूने का आकार क्या होना चाहिए?

बी) दिए गए नमूने के आकार के लिए, 90% अंतराल 99% अंतराल से कम क्यों है। क्या इस तरह से अंतराल की चौड़ाई को कम करना हमेशा वांछनीय नहीं होगा?

Q6 i) A chief financial officer (CFO) of a large company claims that the employees of his company have an average earning (μ) of more than ₹ 2100 per month. To test the claim, Mr. Jack took a sample of 64 employees and found the sample average income of ₹2135 with standard deviation equal to ₹ 1360.

a) State the appropriate null and alternative hypotheses.

b) Based on the sample information, with $\alpha = 2.5\%$, test the hypothesis stated in part (a). What conclusion do you draw? Use p-value approach.

c) Would your conclusion in part (b) remain unchanged if $\alpha = 1\%$, is used instead.

d) Calculate type II error (β) in part (b), for true $\mu = ₹2150$. Show diagrammatically.

e) If the claim of CFO is that the employees of his company have an average earning of ₹ 2100 per month, how would you test this claim using p value approach, with $\alpha = 2.5\%$.

(ii) a) 36 out of 100 persons interviewed are familiar with the tax incentives given by the government for installing solar panels, construct a 96 % traditional confidence interval for the corresponding true proportion.

b) The average wages of 25 employees of a company are ₹ 2500 with a standard deviation of ₹ 250. Assuming wages to be normally distributed, calculate 98% confidence upper bound for the average wages and interpret it.

Q6 i) एक बड़ी कंपनी के एक मुख्य वित्तीय अधिकारी (सीएफओ) का दावा है कि उसकी कंपनी के कर्मचारियों की औसत कमाई (μ) प्रति माह ₹ 2100 से अधिक है। दावे का परीक्षण करने के लिए, श्री जैक ने 64 कर्मचारियों का नमूना लिया और पाया कि नमूना औसत आय ₹ 2135 है अथवा मानक विचलन ₹1360 के बराबर है।

ए) उपयुक्त अशक्त और वैकल्पिक परिकल्पनाओं का वर्णन कीजिये।

बी) नमूना जानकारी के आधार पर, अथवा $\alpha = 2.5\%$ के साथ, भाग (ए) में बताई गई परिकल्पना का परीक्षण कीजिये। आप क्या निष्कर्ष निकालते हैं? पी-मान (p-value) का उपयोग कीजिये।

सी) यदि $\alpha = 1\%$, का उपयोग किया जाता है, तो क्या आपके निष्कर्ष भाग (बी) में अपरिवर्तित रहेंगे?

डी) अगर यथार्थ $\mu = ₹ 2150$ है तो भाग (बी) के लिए टाइप II त्रुटि (β) की गणना कीजिये। आकृति द्वारा दिखाएं।

इ) यदि सीएफओ (CFO) का यह दावा है कि उसकी कंपनी के कर्मचारियों की औसत कमाई ₹ 2100 प्रति माह है, तो $\alpha = 2.5\%$ के साथ पी मूल्य (p-value) दृष्टिकोण का उपयोग करके आप इस दावे का परीक्षण कैसे करेंगे?

(ii) ए) साक्षात्कार में लिए गए 100 में से 36 व्यक्ति सौर पैनलों को स्थापित करने के लिए सरकार द्वारा दिए गए कर प्रोत्साहन से परिचित हैं, इसी वास्तविक अनुपात के लिए 96% पारंपरिक विश्वास अंतराल का निर्माण कीजिये।

बी) एक कंपनी के 25 कर्मचारियों का ₹ 250 के मानक विचलन के साथ औसत मजदूरी ₹ 2500 है। मान लीजिये मजदूरी को सामान्य रूप से वितरित किया जाता है, तो औसत मजदूरी के लिए 98% विश्वास ऊपरी बाध्यता की गणना कीजिये अथवा इसकी व्याख्या कीजिये।

Table A.1 Cumulative Binomial Probabilities

$$B(x; n, p) = \sum_{y=0}^x b(y; n, p)$$

a. $n = 5$

		<i>p</i>														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
<i>x</i>	0	.951	.774	.590	.328	.237	.168	.078	.031	.010	.002	.001	.000	.000	.000	.000
	1	.999	.977	.919	.737	.633	.528	.337	.188	.087	.031	.016	.007	.000	.000	.000
	2	1.000	.999	.991	.942	.896	.837	.683	.500	.317	.163	.104	.058	.009	.001	.000
	3	1.000	1.000	1.000	.993	.984	.969	.913	.812	.663	.472	.367	.263	.081	.023	.001
	4	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.998	.990	.969	.922	.832	.763	.672	.410	.226	.049

b. $n = 10$

		<i>p</i>														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
<i>x</i>	0	.904	.599	.349	.107	.056	.028	.006	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.996	.914	.736	.376	.244	.149	.046	.011	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	2	1.000	.988	.930	.678	.526	.383	.167	.055	.012	.002	.000	.000	.000	.000	.000
	3	1.000	.999	.987	.879	.776	.650	.382	.172	.055	.011	.004	.001	.000	.000	.000
	4	1.000	1.000	.998	.967	.922	.850	.633	.377	.166	.047	.020	.006	.000	.000	.000
	5	1.000	1.000	1.000	.994	.980	.953	.834	.623	.367	.150	.078	.033	.002	.000	.000
	6	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.989	.945	.828	.618	.350	.224	.121	.013	.001	.000
	7	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.988	.945	.833	.617	.474	.322	.070	.012	.000
	8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.989	.954	.851	.756	.624	.264	.086	.004
	9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.994	.972	.944	.893	.651	.401	.096

c. $n = 15$

		<i>p</i>														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
<i>x</i>	0	.860	.463	.206	.035	.013	.005	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.990	.829	.549	.167	.080	.035	.005	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	2	1.000	.964	.816	.398	.236	.127	.027	.004	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	3	1.000	.995	.944	.648	.461	.297	.091	.018	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	4	1.000	.999	.987	.836	.686	.515	.217	.059	.009	.001	.000	.000	.000	.000	.000
	5	1.000	1.000	.998	.939	.852	.722	.403	.151	.034	.004	.001	.000	.000	.000	.000
	6	1.000	1.000	1.000	.982	.943	.869	.610	.304	.095	.015	.004	.001	.000	.000	.000
	7	1.000	1.000	1.000	.996	.983	.950	.787	.500	.213	.050	.017	.004	.000	.000	.000
	8	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.985	.905	.696	.390	.131	.057	.018	.000	.000	.000
	9	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.966	.849	.597	.278	.148	.061	.002	.000	.000
	10	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.991	.941	.783	.485	.314	.164	.013	.001	.000
	11	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.982	.909	.703	.539	.352	.056	.005	.000
	12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.996	.973	.873	.764	.602	.184	.036	.000
	13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.995	.965	.920	.833	.451	.171	.010
	14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.995	.987	.965	.794	.537	.140

(continued)

Table A.1 Cumulative Binomial Probabilities (cont.)

$$B(x; n, p) = \sum_{y=0}^x b(y; n, p)$$

d. $n = 20$

		<i>p</i>														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
<i>x</i>	0	.818	.358	.122	.012	.003	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.983	.736	.392	.069	.024	.008	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	2	.999	.925	.677	.206	.091	.035	.004	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	3	1.000	.984	.867	.411	.225	.107	.016	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	4	1.000	.997	.957	.630	.415	.238	.051	.006	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	5	1.000	1.000	.989	.804	.617	.416	.126	.021	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	6	1.000	1.000	.998	.913	.786	.608	.250	.058	.006	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	7	1.000	1.000	1.000	.968	.898	.772	.416	.132	.021	.001	.000	.000	.000	.000	.000
	8	1.000	1.000	1.000	.990	.959	.887	.596	.252	.057	.005	.001	.000	.000	.000	.000
	9	1.000	1.000	1.000	.997	.986	.952	.755	.412	.128	.017	.004	.001	.000	.000	.000
	10	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.983	.872	.588	.245	.048	.014	.003	.000	.000	.000
	11	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.995	.943	.748	.404	.113	.041	.010	.000	.000	.000
	12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.979	.868	.584	.228	.102	.032	.000	.000	.000
	13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.994	.942	.750	.392	.214	.087	.002	.000	.000
	14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.979	.874	.584	.383	.196	.011	.000	.000
	15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.994	.949	.762	.585	.370	.043	.003	.000
	16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.984	.893	.775	.589	.133	.016	.000
	17	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.996	.965	.909	.794	.323	.075	.001
	18	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.992	.976	.931	.608	.264	.017
	19	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.997	.988	.878	.642	.182

(continued)

Table A.1 Cumulative Binomial Probabilities (cont.)

$$B(x; n, p) = \sum_{y=0}^x b(y; n, p)$$

e. $n = 25$

		p														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
	0	.778	.277	.072	.004	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.974	.642	.271	.027	.007	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	2	.998	.873	.537	.098	.032	.009	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	3	1.000	.966	.764	.234	.096	.033	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	4	1.000	.993	.902	.421	.214	.090	.009	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	5	1.000	.999	.967	.617	.378	.193	.029	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	6	1.000	1.000	.991	.780	.561	.341	.074	.007	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	7	1.000	1.000	.998	.891	.727	.512	.154	.022	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	8	1.000	1.000	1.000	.953	.851	.677	.274	.054	.004	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	9	1.000	1.000	1.000	.983	.929	.811	.425	.115	.013	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	10	1.000	1.000	1.000	.994	.970	.902	.586	.212	.034	.002	.000	.000	.000	.000	.000
	11	1.000	1.000	1.000	.998	.980	.956	.732	.345	.078	.006	.001	.000	.000	.000	.000
x	12	1.000	1.000	1.000	1.000	.997	.983	.846	.500	.154	.017	.003	.000	.000	.000	.000
	13	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.994	.922	.655	.268	.044	.020	.002	.000	.000	.000
	14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.966	.788	.414	.098	.030	.006	.000	.000	.000
	15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.987	.885	.575	.189	.071	.017	.000	.000	.000
	16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.996	.946	.726	.323	.149	.047	.000	.000	.000
	17	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.978	.846	.488	.273	.109	.002	.000	.000
	18	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.993	.926	.659	.439	.220	.009	.000	.000
	19	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.971	.807	.622	.383	.033	.001	.000
	20	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.991	.910	.786	.579	.098	.007	.000
	21	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.967	.904	.766	.236	.034	.000
	22	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.991	.968	.902	.463	.127	.002
	23	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.993	.973	.729	.358	.026
	24	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.928	.723	.222

Table A.2 Cumulative Poisson Probabilities

$$F(x; \mu) = \sum_{y=0}^x \frac{e^{-\mu} \mu^y}{y!}$$

		μ									
		.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0
	0	.905	.819	.741	.670	.607	.549	.497	.449	.407	.368
	1	.995	.982	.963	.938	.910	.878	.844	.809	.772	.736
	2	1.000	.999	.996	.992	.986	.977	.966	.953	.937	.920
x	3		1.000	1.000	.999	.998	.997	.994	.991	.987	.981
	4				1.000	1.000	1.000	.999	.999	.998	.996
	5							1.000	1.000	1.000	.999
	6										1.000

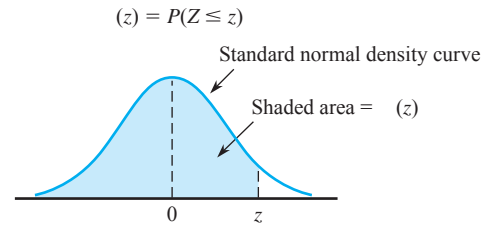
(continued)

Table A.2 Cumulative Poisson Probabilities (cont.)

$$F(x; \mu) = \sum_{y=0}^x \frac{e^{-\mu} \mu^y}{y!}$$

	μ										
	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0	15.0	20.0
0	.135	.050	.018	.007	.002	.001	.000	.000	.000	.000	.000
1	.406	.199	.092	.040	.017	.007	.003	.001	.000	.000	.000
2	.677	.423	.238	.125	.062	.030	.014	.006	.003	.000	.000
3	.857	.647	.433	.265	.151	.082	.042	.021	.010	.000	.000
4	.947	.815	.629	.440	.285	.173	.100	.055	.029	.001	.000
5	.983	.916	.785	.616	.446	.301	.191	.116	.067	.003	.000
6	.995	.966	.889	.762	.606	.450	.313	.207	.130	.008	.000
7	.999	.988	.949	.867	.744	.599	.453	.324	.220	.018	.001
8	1.000	.996	.979	.932	.847	.729	.593	.456	.333	.037	.002
9		.999	.992	.968	.916	.830	.717	.587	.458	.070	.005
10		1.000	.997	.986	.957	.901	.816	.706	.583	.118	.011
11			.999	.995	.980	.947	.888	.803	.697	.185	.021
12			1.000	.998	.991	.973	.936	.876	.792	.268	.039
13				.999	.996	.987	.966	.926	.864	.363	.066
14				1.000	.999	.994	.983	.959	.917	.466	.105
15					.999	.998	.992	.978	.951	.568	.157
16					1.000	.999	.996	.989	.973	.664	.221
17						1.000	.998	.995	.986	.749	.297
18							.999	.998	.993	.819	.381
19							1.000	.999	.997	.875	.470
20								1.000	.998	.917	.559
21									.999	.947	.644
22									1.000	.967	.721
23										.981	.787
24										.989	.843
25										.994	.888
26										.997	.922
27										.998	.948
28										.999	.966
29										1.000	.978
30											.987
31											.992
32											.995
33											.997
34											.999
35											.999
36											1.000

Table A.3 Standard Normal Curve Areas



<i>z</i>	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003
-3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
-3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
-3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
-3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
-2.9	.0019	.0018	.0017	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
-2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
-2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
-2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
-2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0038
-2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
-2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
-2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
-2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
-2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
-1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
-1.8	.0359	.0352	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
-1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
-1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
-1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
-1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0722	.0708	.0694	.0681
-1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
-1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
-1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
-1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
-0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
-0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
-0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
-0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
-0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
-0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
-0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3482
-0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
-0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
-0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641

(continued)

Table A.3 Standard Normal Curve Areas (cont.)

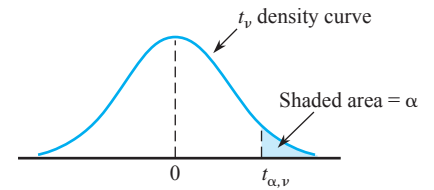
$$\Phi(z) = P(Z \leq z)$$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9278	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

Table A.4 The Incomplete Gamma Function

$$F(x; \alpha) = \int_0^x \frac{1}{\Gamma(\alpha)} y^{\alpha-1} e^{-y} dy$$

$x \backslash \alpha$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	.632	.264	.080	.019	.004	.001	.000	.000	.000	.000
2	.865	.594	.323	.143	.053	.017	.005	.001	.000	.000
3	.950	.801	.577	.353	.185	.084	.034	.012	.004	.001
4	.982	.908	.762	.567	.371	.215	.111	.051	.021	.008
5	.993	.960	.875	.735	.560	.384	.238	.133	.068	.032
6	.998	.983	.938	.849	.715	.554	.394	.256	.153	.084
7	.999	.993	.970	.918	.827	.699	.550	.401	.271	.170
8	1.000	.997	.986	.958	.900	.809	.687	.547	.407	.283
9		.999	.994	.979	.945	.884	.793	.676	.544	.413
10		1.000	.997	.990	.971	.933	.870	.780	.667	.542
11			.999	.995	.985	.962	.921	.857	.768	.659
12			1.000	.998	.992	.980	.954	.911	.845	.758
13				.999	.996	.989	.974	.946	.900	.834
14				1.000	.998	.994	.986	.968	.938	.891
15					.999	.997	.992	.982	.963	.930

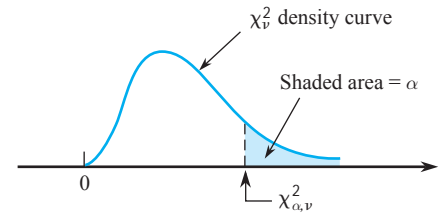
Table A.5 Critical Values for t Distributions

ν	α						
	.10	.05	.025	.01	.005	.001	.0005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.31	636.62
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.326	31.598
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.213	12.924
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.767
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
32	1.309	1.694	2.037	2.449	2.738	3.365	3.622
34	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728	3.348	3.601
36	1.306	1.688	2.028	2.434	2.719	3.333	3.582
38	1.304	1.686	2.024	2.429	2.712	3.319	3.566
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551
50	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	3.262	3.496
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160	3.373
	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291

Table A.6 Tolerance Critical Values for Normal Population Distributions

Confidence Level % of Population Captured		Two-sided Intervals						One-sided Intervals					
		95%			99%			95%			99%		
		$\geq 90\%$	$\geq 95\%$	$\geq 99\%$	$\geq 90\%$	$\geq 95\%$	$\geq 99\%$	$\geq 90\%$	$\geq 95\%$	$\geq 99\%$	$\geq 90\%$	$\geq 95\%$	$\geq 99\%$
		Sample Size n	Sample Size n	Sample Size n	Sample Size n	Sample Size n	Sample Size n	Sample Size n	Sample Size n	Sample Size n	Sample Size n	Sample Size n	Sample Size n
2	32.019	37.674	48.430	160.193	188.491	242.300	20.581	26.260	37.094	103.029	131.426	185.617	
3	8.380	9.916	12.861	18.930	22.401	29.055	6.156	7.656	10.553	13.995	17.370	23.896	
4	5.369	6.370	8.299	9.398	11.150	14.527	4.162	5.144	7.042	7.380	9.083	12.387	
5	4.275	5.079	6.634	6.612	7.855	10.260	3.407	4.203	5.741	5.362	6.578	8.939	
6	3.712	4.414	5.775	5.337	6.345	8.301	3.006	3.708	5.062	4.411	5.406	7.335	
7	3.369	4.007	5.248	4.613	5.488	7.187	2.756	3.400	4.642	3.859	4.728	6.412	
8	3.136	3.732	4.891	4.147	4.936	6.468	2.582	3.187	4.354	3.497	4.285	5.812	
9	2.967	3.532	4.631	3.822	4.550	5.966	2.454	3.031	4.143	3.241	3.972	5.389	
10	2.839	3.379	4.433	3.582	4.265	5.594	2.355	2.911	3.981	3.048	3.738	5.074	
11	2.737	3.259	4.277	3.397	4.045	5.308	2.275	2.815	3.852	2.898	3.556	4.829	
12	2.655	3.162	4.150	3.250	3.870	5.079	2.210	2.736	3.747	2.777	3.410	4.633	
13	2.587	3.081	4.044	3.130	3.727	4.893	2.155	2.671	3.659	2.677	3.290	4.472	
14	2.529	3.012	3.955	3.029	3.608	4.737	2.109	2.615	3.585	2.593	3.189	4.337	
15	2.480	2.954	3.878	2.945	3.507	4.605	2.068	2.566	3.520	2.522	3.102	4.222	
16	2.437	2.903	3.812	2.872	3.421	4.492	2.033	2.524	3.464	2.460	3.028	4.123	
17	2.400	2.858	3.754	2.808	3.345	4.393	2.002	2.486	3.414	2.405	2.963	4.037	
18	2.366	2.819	3.702	2.753	3.279	4.307	1.974	2.453	3.370	2.357	2.905	3.960	
19	2.337	2.784	3.656	2.703	3.221	4.230	1.949	2.423	3.331	2.314	2.854	3.892	
20	2.310	2.752	3.615	2.659	3.168	4.161	1.926	2.396	3.295	2.276	2.808	3.832	
25	2.208	2.631	3.457	2.494	2.972	3.904	1.838	2.292	3.158	2.129	2.633	3.601	
30	2.140	2.549	3.350	2.385	2.841	3.733	1.777	2.220	3.064	2.030	2.516	3.447	
35	2.090	2.490	3.272	2.306	2.748	3.611	1.732	2.167	2.995	1.957	2.430	3.334	
40	2.052	2.445	3.213	2.247	2.677	3.518	1.697	2.126	2.941	1.902	2.364	3.249	
45	2.021	2.408	3.165	2.200	2.621	3.444	1.669	2.092	2.898	1.857	2.312	3.180	
50	1.996	2.379	3.126	2.162	2.576	3.385	1.646	2.065	2.863	1.821	2.269	3.125	
60	1.958	2.333	3.066	2.103	2.506	3.293	1.609	2.022	2.807	1.764	2.202	3.038	
70	1.929	2.299	3.021	2.060	2.454	3.225	1.581	1.990	2.765	1.722	2.153	2.974	
80	1.907	2.272	2.986	2.026	2.414	3.173	1.559	1.965	2.733	1.688	2.114	2.924	
90	1.889	2.251	2.958	1.999	2.382	3.130	1.542	1.944	2.706	1.661	2.082	2.883	
100	1.874	2.233	2.934	1.977	2.355	3.096	1.527	1.927	2.684	1.639	2.056	2.850	
150	1.825	2.175	2.859	1.905	2.270	2.983	1.478	1.870	2.611	1.566	1.971	2.741	
200	1.798	2.143	2.816	1.865	2.222	2.921	1.450	1.837	2.570	1.524	1.923	2.679	
250	1.780	2.121	2.788	1.839	2.191	2.880	1.431	1.815	2.542	1.496	1.891	2.638	
300	1.767	2.106	2.767	1.820	2.169	2.850	1.417	1.800	2.522	1.476	1.868	2.608	
∞	1.645	1.960	2.576	1.645	1.960	2.576	1.282	1.645	2.326	1.282	1.645	2.326	

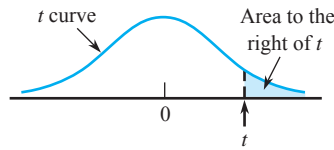
Table A.7 Critical Values for Chi-Squared Distributions



ν	α									
	.995	.99	.975	.95	.90	.10	.05	.025	.01	.005
1	0.000	0.000	0.001	0.004	0.016	2.706	3.843	5.025	6.637	7.882
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.992	7.378	9.210	10.597
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.344	12.837
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.070	12.832	15.085	16.748
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	10.645	12.592	14.440	16.812	18.548
7	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	12.017	14.067	16.012	18.474	20.276
8	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	13.362	15.507	17.534	20.090	21.954
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	14.684	16.919	19.022	21.665	23.587
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	17.275	19.675	21.920	24.724	26.755
12	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300
13	3.565	4.107	5.009	5.892	7.041	19.812	22.362	24.735	27.687	29.817
14	4.075	4.660	5.629	6.571	7.790	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319
15	4.600	5.229	6.262	7.261	8.547	22.307	24.996	27.488	30.577	32.799
16	5.142	5.812	6.908	7.962	9.312	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267
17	5.697	6.407	7.564	8.682	10.085	24.769	27.587	30.190	33.408	35.716
18	6.265	7.015	8.231	9.390	10.865	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.843	7.632	8.906	10.117	11.651	27.203	30.143	32.852	36.190	38.580
20	7.434	8.260	9.591	10.851	12.443	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997
21	8.033	8.897	10.283	11.591	13.240	29.615	32.670	35.478	38.930	41.399
22	8.643	9.542	10.982	12.338	14.042	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796
23	9.260	10.195	11.688	13.090	14.848	32.007	35.172	38.075	41.637	44.179
24	9.886	10.856	12.401	13.848	15.659	33.196	36.415	39.364	42.980	45.558
25	10.519	11.523	13.120	14.611	16.473	34.381	37.652	40.646	44.313	46.925
26	11.160	12.198	13.844	15.379	17.292	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290
27	11.807	12.878	14.573	16.151	18.114	36.741	40.113	43.194	46.962	49.642
28	12.461	13.565	15.308	16.928	18.939	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993
29	13.120	14.256	16.147	17.708	19.768	39.087	42.557	45.772	49.586	52.333
30	13.787	14.954	16.971	18.493	20.599	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672
31	14.457	15.655	17.538	19.280	21.433	41.422	44.985	48.231	52.190	55.000
32	15.134	16.362	18.291	20.072	22.271	42.585	46.194	49.480	53.486	56.328
33	15.814	17.073	19.046	20.866	23.110	43.745	47.400	50.724	54.774	57.646
34	16.501	17.789	19.806	21.664	23.952	44.903	48.602	51.966	56.061	58.964
35	17.191	18.508	20.569	22.465	24.796	46.059	49.802	53.203	57.340	60.272
36	17.887	19.233	21.336	23.269	25.643	47.212	50.998	54.437	58.619	61.581
37	18.584	19.960	22.105	24.075	26.492	48.363	52.192	55.667	59.891	62.880
38	19.289	20.691	22.878	24.884	27.343	49.513	53.384	56.896	61.162	64.181
39	19.994	21.425	23.654	25.695	28.196	50.660	54.572	58.119	62.426	65.473
40	20.706	22.164	24.433	26.509	29.050	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766

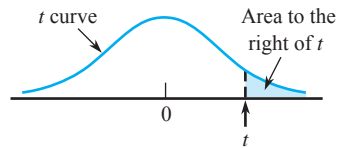
For $\nu > 40$, $\chi^2_{\alpha, \nu} \approx \nu \left(1 - \frac{2}{9\nu} + z_{\alpha} \sqrt{\frac{2}{9\nu}} \right)^3$

Table A.8 *t* Curve Tail Areas



<i>t</i> \ <i>v</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0.0	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500
0.1	.468	.465	.463	.463	.462	.462	.462	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461
0.2	.437	.430	.427	.426	.425	.424	.424	.423	.423	.423	.423	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.422
0.3	.407	.396	.392	.390	.388	.387	.386	.386	.386	.385	.385	.385	.384	.384	.384	.384	.384	.384
0.4	.379	.364	.358	.355	.353	.352	.351	.350	.349	.349	.348	.348	.348	.347	.347	.347	.347	.347
0.5	.352	.333	.326	.322	.319	.317	.316	.315	.315	.314	.313	.313	.313	.312	.312	.312	.312	.312
0.6	.328	.305	.295	.290	.287	.285	.284	.283	.282	.281	.280	.280	.279	.279	.279	.278	.278	.278
0.7	.306	.278	.267	.261	.258	.255	.253	.252	.251	.250	.249	.249	.248	.247	.247	.247	.247	.246
0.8	.285	.254	.241	.234	.230	.227	.225	.223	.222	.221	.220	.220	.219	.218	.218	.218	.217	.217
0.9	.267	.232	.217	.210	.205	.201	.199	.197	.196	.195	.194	.193	.192	.191	.191	.191	.190	.190
1.0	.250	.211	.196	.187	.182	.178	.175	.173	.172	.170	.169	.169	.168	.167	.167	.166	.166	.165
1.1	.235	.193	.176	.167	.162	.157	.154	.152	.150	.149	.147	.146	.146	.144	.144	.144	.143	.143
1.2	.221	.177	.158	.148	.142	.138	.135	.132	.130	.129	.128	.127	.126	.124	.124	.124	.123	.123
1.3	.209	.162	.142	.132	.125	.121	.117	.115	.113	.111	.110	.109	.108	.107	.107	.106	.105	.105
1.4	.197	.148	.128	.117	.110	.106	.102	.100	.098	.096	.095	.093	.092	.091	.091	.090	.090	.089
1.5	.187	.136	.115	.104	.097	.092	.089	.086	.084	.082	.081	.080	.079	.077	.077	.077	.076	.075
1.6	.178	.125	.104	.092	.085	.080	.077	.074	.072	.070	.069	.068	.067	.065	.065	.065	.064	.064
1.7	.169	.116	.094	.082	.075	.070	.065	.064	.062	.060	.059	.057	.056	.055	.055	.054	.054	.053
1.8	.161	.107	.085	.073	.066	.061	.057	.055	.053	.051	.050	.049	.048	.046	.046	.045	.045	.044
1.9	.154	.099	.077	.065	.058	.053	.050	.047	.045	.043	.042	.041	.040	.038	.038	.038	.037	.037
2.0	.148	.092	.070	.058	.051	.046	.043	.040	.038	.037	.035	.034	.033	.032	.032	.031	.031	.030
2.1	.141	.085	.063	.052	.045	.040	.037	.034	.033	.031	.030	.029	.028	.027	.027	.026	.025	.025
2.2	.136	.079	.058	.046	.040	.035	.032	.029	.028	.026	.025	.024	.023	.022	.022	.021	.021	.021
2.3	.131	.074	.052	.041	.035	.031	.027	.025	.023	.022	.021	.020	.019	.018	.018	.018	.017	.017
2.4	.126	.069	.048	.037	.031	.027	.024	.022	.020	.019	.018	.017	.016	.015	.015	.014	.014	.014
2.5	.121	.065	.044	.033	.027	.023	.020	.018	.017	.016	.015	.014	.013	.012	.012	.012	.011	.011
2.6	.117	.061	.040	.030	.024	.020	.018	.016	.014	.013	.012	.012	.011	.010	.010	.010	.009	.009
2.7	.113	.057	.037	.027	.021	.018	.015	.014	.012	.011	.010	.010	.009	.008	.008	.008	.008	.007
2.8	.109	.054	.034	.024	.019	.016	.013	.012	.010	.009	.009	.008	.008	.007	.007	.006	.006	.006
2.9	.106	.051	.031	.022	.017	.014	.011	.010	.009	.008	.007	.007	.006	.005	.005	.005	.005	.005
3.0	.102	.048	.029	.020	.015	.012	.010	.009	.007	.007	.006	.006	.005	.004	.004	.004	.004	.004
3.1	.099	.045	.027	.018	.013	.011	.009	.007	.006	.006	.005	.005	.004	.004	.004	.003	.003	.003
3.2	.096	.043	.025	.016	.012	.009	.008	.006	.005	.005	.004	.004	.003	.003	.003	.003	.003	.002
3.3	.094	.040	.023	.015	.011	.008	.007	.005	.005	.004	.004	.003	.003	.002	.002	.002	.002	.002
3.4	.091	.038	.021	.014	.010	.007	.006	.005	.004	.003	.003	.003	.002	.002	.002	.002	.002	.002
3.5	.089	.036	.020	.012	.009	.006	.005	.004	.003	.003	.002	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001
3.6	.086	.035	.018	.011	.008	.006	.004	.004	.003	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001
3.7	.084	.033	.017	.010	.007	.005	.004	.003	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001
3.8	.082	.031	.016	.010	.006	.004	.003	.003	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001
3.9	.080	.030	.015	.009	.006	.004	.003	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001
4.0	.078	.029	.014	.008	.005	.004	.003	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.000	.000

(continued)

Table A.8 *t* Curve Tail Areas (cont.)

<i>t</i> \ <i>v</i>	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	35	40	60	120	$\infty (= z)$
0.0	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500
0.1	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.460	.460	.460	.460	.460
0.2	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.421	.421	.421	.421	.421	.421	.421	.421	.421
0.3	.384	.384	.384	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.382	.382
0.4	.347	.347	.347	.347	.346	.346	.346	.346	.346	.346	.346	.346	.346	.346	.345	.345	.345
0.5	.311	.311	.311	.311	.311	.311	.311	.311	.311	.310	.310	.310	.310	.310	.309	.309	.309
0.6	.278	.278	.278	.277	.277	.277	.277	.277	.277	.277	.277	.277	.276	.276	.275	.275	.274
0.7	.246	.246	.246	.246	.245	.245	.245	.245	.245	.245	.245	.245	.244	.244	.243	.243	.242
0.8	.217	.217	.216	.216	.216	.216	.216	.215	.215	.215	.215	.215	.215	.214	.213	.213	.212
0.9	.190	.189	.189	.189	.189	.189	.188	.188	.188	.188	.188	.188	.187	.187	.186	.185	.184
1.0	.165	.165	.164	.164	.164	.164	.163	.163	.163	.163	.163	.163	.162	.162	.161	.160	.159
1.1	.143	.142	.142	.142	.141	.141	.141	.141	.141	.140	.140	.140	.139	.139	.138	.137	.136
1.2	.122	.122	.122	.121	.121	.121	.121	.120	.120	.120	.120	.120	.119	.119	.117	.116	.115
1.3	.105	.104	.104	.104	.103	.103	.103	.103	.102	.102	.102	.102	.101	.101	.099	.098	.097
1.4	.089	.089	.088	.088	.087	.087	.087	.087	.086	.086	.086	.086	.085	.085	.083	.082	.081
1.5	.075	.075	.074	.074	.074	.073	.073	.073	.073	.072	.072	.072	.071	.071	.069	.068	.067
1.6	.063	.063	.062	.062	.062	.061	.061	.061	.061	.060	.060	.060	.059	.059	.057	.056	.055
1.7	.053	.052	.052	.052	.051	.051	.051	.051	.050	.050	.050	.050	.049	.048	.047	.046	.045
1.8	.044	.043	.043	.043	.042	.042	.042	.042	.042	.041	.041	.041	.040	.040	.038	.037	.036
1.9	.036	.036	.036	.035	.035	.035	.035	.034	.034	.034	.034	.034	.033	.032	.031	.030	.029
2.0	.030	.030	.029	.029	.029	.028	.028	.028	.028	.028	.027	.027	.027	.026	.025	.024	.023
2.1	.025	.024	.024	.024	.023	.023	.023	.023	.023	.022	.022	.022	.022	.021	.020	.019	.018
2.2	.020	.020	.020	.019	.019	.019	.019	.018	.018	.018	.018	.018	.017	.017	.016	.015	.014
2.3	.016	.016	.016	.016	.015	.015	.015	.015	.015	.015	.014	.014	.014	.013	.012	.012	.011
2.4	.013	.013	.013	.013	.012	.012	.012	.012	.012	.012	.012	.011	.011	.011	.010	.009	.008
2.5	.011	.011	.010	.010	.010	.010	.010	.010	.009	.009	.009	.009	.009	.008	.008	.007	.006
2.6	.009	.009	.008	.008	.008	.008	.008	.008	.007	.007	.007	.007	.007	.007	.006	.005	.005
2.7	.007	.007	.007	.007	.006	.006	.006	.006	.006	.006	.006	.006	.005	.005	.004	.004	.003
2.8	.006	.006	.005	.005	.005	.005	.005	.005	.005	.005	.005	.004	.004	.004	.003	.003	.003
2.9	.005	.004	.004	.004	.004	.004	.004	.004	.004	.004	.004	.003	.003	.003	.003	.002	.002
3.0	.004	.004	.003	.003	.003	.003	.003	.003	.003	.003	.003	.003	.002	.002	.002	.002	.001
3.1	.003	.003	.003	.003	.003	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001
3.2	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001
3.3	.002	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.000
3.4	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.000	.000	.000
3.5	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.000	.000	.000
3.6	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.000	.000	.000	.000	.000
3.7	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
3.8	.001	.001	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
3.9	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
4.0	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000

Table A.9 Critical Values for F Distributions

		$\nu_1 = \text{numerator df}$									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
$\nu_2 = \text{denominator df}$	1	.100	39.86	49.50	53.59	55.83	57.24	58.20	58.91	59.44	59.86
		.050	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54
		.010	4052.20	4999.50	5403.40	5624.60	5763.60	5859.00	5928.40	5981.10	6022.50
		.001	405,284	500,000	540,379	562,500	576,405	585,937	592,873	598,144	602,284
	2	.100	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38
		.050	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38
		.010	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39
		.001	998.50	999.00	999.17	999.25	999.30	999.33	999.36	999.37	999.39
	3	.100	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24
		.050	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81
		.010	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35
		.001	167.03	148.50	141.11	137.10	134.58	132.85	131.58	130.62	129.86
4	.100	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94	
	.050	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	
	.010	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	
	.001	74.14	61.25	56.18	53.44	51.71	50.53	49.66	49.00	48.47	
5	.100	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32	
	.050	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	
	.010	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	
	.001	47.18	37.12	33.20	31.09	29.75	28.83	28.16	27.65	27.24	
6	.100	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96	
	.050	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	
	.010	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	
	.001	35.51	27.00	23.70	21.92	20.80	20.03	19.46	19.03	18.69	
7	.100	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72	
	.050	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	
	.010	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	
	.001	29.25	21.69	18.77	17.20	16.21	15.52	15.02	14.63	14.33	
8	.100	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56	
	.050	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	
	.010	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	
	.001	25.41	18.49	15.83	14.39	13.48	12.86	12.40	12.05	11.77	
9	.100	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44	
	.050	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	
	.010	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	
	.001	22.86	16.39	13.90	12.56	11.71	11.13	10.70	10.37	10.11	
10	.100	3.29	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35	
	.050	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	
	.010	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	
	.001	21.04	14.91	12.55	11.28	10.48	9.93	9.52	9.20	8.96	
11	.100	3.23	2.86	2.66	2.54	2.45	2.39	2.34	2.30	2.27	
	.050	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	
	.010	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	
	.001	19.69	13.81	11.56	10.35	9.58	9.05	8.66	8.35	8.12	
12	.100	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21	
	.050	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	
	.010	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	
	.001	18.64	12.97	10.80	9.63	8.89	8.38	8.00	7.71	7.48	

(continued)

Table A.9 Critical Values for F Distributions (cont.)

$\nu_1 = \text{numerator df}$										
10	12	15	20	25	30	40	50	60	120	1000
60.19	60.71	61.22	61.74	62.05	62.26	62.53	62.69	62.79	63.06	63.30
241.88	243.91	245.95	248.01	249.26	250.10	251.14	251.77	252.20	253.25	254.19
6055.80	6106.30	6157.30	6208.70	6239.80	6260.60	6286.80	6302.50	6313.00	6339.40	6362.70
605,621	610,668	615,764	620,908	624,017	626,099	628,712	630,285	631,337	633,972	636,301
9.39	9.41	9.42	9.44	9.45	9.46	9.47	9.47	9.47	9.48	9.49
19.40	19.41	19.43	19.45	19.46	19.46	19.47	19.48	19.48	19.49	19.49
99.40	99.42	99.43	99.45	99.46	99.47	99.47	99.48	99.48	99.49	99.50
999.40	999.42	999.43	999.45	999.46	999.47	999.47	999.48	999.48	999.49	999.50
5.23	5.22	5.20	5.18	5.17	5.17	5.16	5.15	5.15	5.14	5.13
8.79	8.74	8.70	8.66	8.63	8.62	8.59	8.58	8.57	8.55	8.53
27.23	27.05	26.87	26.69	26.58	26.50	26.41	26.35	26.32	26.22	26.14
129.25	128.32	127.37	126.42	125.84	125.45	124.96	124.66	124.47	123.97	123.53
3.92	3.90	3.87	3.84	3.83	3.82	3.80	3.80	3.79	3.78	3.76
5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.70	5.69	5.66	5.63
14.55	14.37	14.20	14.02	13.91	13.84	13.75	13.69	13.65	13.56	13.47
48.05	47.41	46.76	46.10	45.70	45.43	45.09	44.88	44.75	44.40	44.09
3.30	3.27	3.24	3.21	3.19	3.17	3.16	3.15	3.14	3.12	3.11
4.74	4.68	4.62	4.56	4.52	4.50	4.46	4.44	4.43	4.40	4.37
10.05	9.89	9.72	9.55	9.45	9.38	9.29	9.24	9.20	9.11	9.03
26.92	26.42	25.91	25.39	25.08	24.87	24.60	24.44	24.33	24.06	23.82
2.94	2.90	2.87	2.84	2.81	2.80	2.78	2.77	2.76	2.74	2.72
4.06	4.00	3.94	3.87	3.83	3.81	3.77	3.75	3.74	3.70	3.67
7.87	7.72	7.56	7.40	7.30	7.23	7.14	7.09	7.06	6.97	6.89
18.41	17.99	17.56	17.12	16.85	16.67	16.44	16.31	16.21	15.98	15.77
2.70	2.67	2.63	2.59	2.57	2.56	2.54	2.52	2.51	2.49	2.47
3.64	3.57	3.51	3.44	3.40	3.38	3.34	3.32	3.30	3.27	3.23
6.62	6.47	6.31	6.16	6.06	5.99	5.91	5.86	5.82	5.74	5.66
14.08	13.71	13.32	12.93	12.69	12.53	12.33	12.20	12.12	11.91	11.72
2.54	2.50	2.46	2.42	2.40	2.38	2.36	2.35	2.34	2.32	2.30
3.35	3.28	3.22	3.15	3.11	3.08	3.04	3.02	3.01	2.97	2.93
5.81	5.67	5.52	5.36	5.26	5.20	5.12	5.07	5.03	4.95	4.87
11.54	11.19	10.84	10.48	10.26	10.11	9.92	9.80	9.73	9.53	9.36
2.42	2.38	2.34	2.30	2.27	2.25	2.23	2.22	2.21	2.18	2.16
3.14	3.07	3.01	2.94	2.89	2.86	2.83	2.80	2.79	2.75	2.71
5.26	5.11	4.96	4.81	4.71	4.65	4.57	4.52	4.48	4.40	4.32
9.89	9.57	9.24	8.90	8.69	8.55	8.37	8.26	8.19	8.00	7.84
2.32	2.28	2.24	2.20	2.17	2.16	2.13	2.12	2.11	2.08	2.06
2.98	2.91	2.85	2.77	2.73	2.70	2.66	2.64	2.62	2.58	2.54
4.85	4.71	4.56	4.41	4.31	4.25	4.17	4.12	4.08	4.00	3.92
8.75	8.45	8.13	7.80	7.60	7.47	7.30	7.19	7.12	6.94	6.78
2.25	2.21	2.17	2.12	2.10	2.08	2.05	2.04	2.03	2.00	1.98
2.85	2.79	2.72	2.65	2.60	2.57	2.53	2.51	2.49	2.45	2.41
4.54	4.40	4.25	4.10	4.01	3.94	3.86	3.81	3.78	3.69	3.61
7.92	7.63	7.32	7.01	6.81	6.68	6.52	6.42	6.35	6.18	6.02
2.19	2.15	2.10	2.06	2.03	2.01	1.99	1.97	1.96	1.93	1.91
2.75	2.69	2.62	2.54	2.50	2.47	2.43	2.40	2.38	2.34	2.30
4.30	4.16	4.01	3.86	3.76	3.70	3.62	3.57	3.54	3.45	3.37
7.29	7.00	6.71	6.40	6.22	6.09	5.93	5.83	5.76	5.59	5.44

(continued)

Table A.9 Critical Values for F Distributions (cont.)

		$\nu_1 = \text{numerator df}$									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
$\nu_2 = \text{denominator df}$	α										
	13	.100	3.14	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.23	2.20	2.16
		.050	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71
		.010	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19
		.001	17.82	12.31	10.21	9.07	8.35	7.86	7.49	7.21	6.98
	14	.100	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12
		.050	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65
		.010	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03
		.001	17.14	11.78	9.73	8.62	7.92	7.44	7.08	6.80	6.58
	15	.100	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09
		.050	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59
		.010	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89
		.001	16.59	11.34	9.34	8.25	7.57	7.09	6.74	6.47	6.26
	16	.100	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.09	2.06
		.050	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54
		.010	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78
		.001	16.12	10.97	9.01	7.94	7.27	6.80	6.46	6.19	5.98
	17	.100	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.10	2.06	2.03
		.050	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49
		.010	8.40	6.11	5.19	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68
		.001	15.72	10.66	8.73	7.68	7.02	6.56	6.22	5.96	5.75
	18	.100	3.01	2.62	2.42	2.29	2.20	2.13	2.08	2.04	2.00
		.050	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46
		.010	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60
.001		15.38	10.39	8.49	7.46	6.81	6.35	6.02	5.76	5.56	
19	.100	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.06	2.02	1.98	
	.050	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	
	.010	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	
	.001	15.08	10.16	8.28	7.27	6.62	6.18	5.85	5.59	5.39	
20	.100	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96	
	.050	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	
	.010	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	
	.001	14.82	9.95	8.10	7.10	6.46	6.02	5.69	5.44	5.24	
21	.100	2.96	2.57	2.36	2.23	2.14	2.08	2.02	1.98	1.95	
	.050	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	
	.010	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	
	.001	14.59	9.77	7.94	6.95	6.32	5.88	5.56	5.31	5.11	
22	.100	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.06	2.01	1.97	1.93	
	.050	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	
	.010	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	
	.001	14.38	9.61	7.80	6.81	6.19	5.76	5.44	5.19	4.99	
23	.100	2.94	2.55	2.34	2.21	2.11	2.05	1.99	1.95	1.92	
	.050	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	
	.010	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	
	.001	14.20	9.47	7.67	6.70	6.08	5.65	5.33	5.09	4.89	
24	.100	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91	
	.050	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	
	.010	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	
	.001	14.03	9.34	7.55	6.59	5.98	5.55	5.23	4.99	4.80	

(continued)

Table A.9 Critical Values for F Distributions (cont.)

$\nu_1 = \text{numerator df}$										
10	12	15	20	25	30	40	50	60	120	1000
2.14	2.10	2.05	2.01	1.98	1.96	1.93	1.92	1.90	1.88	1.85
2.67	2.60	2.53	2.46	2.41	2.38	2.34	2.31	2.30	2.25	2.21
4.10	3.96	3.82	3.66	3.57	3.51	3.43	3.38	3.34	3.25	3.18
6.80	6.52	6.23	5.93	5.75	5.63	5.47	5.37	5.30	5.14	4.99
2.10	2.05	2.01	1.96	1.93	1.91	1.89	1.87	1.86	1.83	1.80
2.60	2.53	2.46	2.39	2.34	2.31	2.27	2.24	2.22	2.18	2.14
3.94	3.80	3.66	3.51	3.41	3.35	3.27	3.22	3.18	3.09	3.02
6.40	6.13	5.85	5.56	5.38	5.25	5.10	5.00	4.94	4.77	4.62
2.06	2.02	1.97	1.92	1.89	1.87	1.85	1.83	1.82	1.79	1.76
2.54	2.48	2.40	2.33	2.28	2.25	2.20	2.18	2.16	2.11	2.07
3.80	3.67	3.52	3.37	3.28	3.21	3.13	3.08	3.05	2.96	2.88
6.08	5.81	5.54	5.25	5.07	4.95	4.80	4.70	4.64	4.47	4.33
2.03	1.99	1.94	1.89	1.86	1.84	1.81	1.79	1.78	1.75	1.72
2.49	2.42	2.35	2.28	2.23	2.19	2.15	2.12	2.11	2.06	2.02
3.69	3.55	3.41	3.26	3.16	3.10	3.02	2.97	2.93	2.84	2.76
5.81	5.55	5.27	4.99	4.82	4.70	4.54	4.45	4.39	4.23	4.08
2.00	1.96	1.91	1.86	1.83	1.81	1.78	1.76	1.75	1.72	1.69
2.45	2.38	2.31	2.23	2.18	2.15	2.10	2.08	2.06	2.01	1.97
3.59	3.46	3.31	3.16	3.07	3.00	2.92	2.87	2.83	2.75	2.66
5.58	5.32	5.05	4.78	4.60	4.48	4.33	4.24	4.18	4.02	3.87
1.98	1.93	1.89	1.84	1.80	1.78	1.75	1.74	1.72	1.69	1.66
2.41	2.34	2.27	2.19	2.14	2.11	2.06	2.04	2.02	1.97	1.92
3.51	3.37	3.23	3.08	2.98	2.92	2.84	2.78	2.75	2.66	2.58
5.39	5.13	4.87	4.59	4.42	4.30	4.15	4.06	4.00	3.84	3.69
1.96	1.91	1.86	1.81	1.78	1.76	1.73	1.71	1.70	1.67	1.64
2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	2.00	1.98	1.93	1.88
3.43	3.30	3.15	3.00	2.91	2.84	2.76	2.71	2.67	2.58	2.50
5.22	4.97	4.70	4.43	4.26	4.14	3.99	3.90	3.84	3.68	3.53
1.94	1.89	1.84	1.79	1.76	1.74	1.71	1.69	1.68	1.64	1.61
2.35	2.28	2.20	2.12	2.07	2.04	1.99	1.97	1.95	1.90	1.85
3.37	3.23	3.09	2.94	2.84	2.78	2.69	2.64	2.61	2.52	2.43
5.08	4.82	4.56	4.29	4.12	4.00	3.86	3.77	3.70	3.54	3.40
1.92	1.87	1.83	1.78	1.74	1.72	1.69	1.67	1.66	1.62	1.59
2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.94	1.92	1.87	1.82
3.31	3.17	3.03	2.88	2.79	2.72	2.64	2.58	2.55	2.46	2.37
4.95	4.70	4.44	4.17	4.00	3.88	3.74	3.64	3.58	3.42	3.28
1.90	1.86	1.81	1.76	1.73	1.70	1.67	1.65	1.64	1.60	1.57
2.30	2.23	2.15	2.07	2.02	1.98	1.94	1.91	1.89	1.84	1.79
3.26	3.12	2.98	2.83	2.73	2.67	2.58	2.53	2.50	2.40	2.32
4.83	4.58	4.33	4.06	3.89	3.78	3.63	3.54	3.48	3.32	3.17
1.89	1.84	1.80	1.74	1.71	1.69	1.66	1.64	1.62	1.59	1.55
2.27	2.20	2.13	2.05	2.00	1.96	1.91	1.88	1.86	1.81	1.76
3.21	3.07	2.93	2.78	2.69	2.62	2.54	2.48	2.45	2.35	2.27
4.73	4.48	4.23	3.96	3.79	3.68	3.53	3.44	3.38	3.22	3.08
1.88	1.83	1.78	1.73	1.70	1.67	1.64	1.62	1.61	1.57	1.54
2.25	2.18	2.11	2.03	1.97	1.94	1.89	1.86	1.84	1.79	1.74
3.17	3.03	2.89	2.74	2.64	2.58	2.49	2.44	2.40	2.31	2.22
4.64	4.39	4.14	3.87	3.71	3.59	3.45	3.36	3.29	3.14	2.99

(continued)

Table A.9 Critical Values for F Distributions (cont.)

		$\nu_1 = \text{numerator df}$									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
$\nu_2 = \text{denominator df}$	25	.100	2.92	2.53	2.32	2.18	2.09	2.02	1.97	1.93	1.89
		.050	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28
		.010	7.77	5.57	4.68	4.18	3.85	3.63	3.46	3.32	3.22
		.001	13.88	9.22	7.45	6.49	5.89	5.46	5.15	4.91	4.71
	26	.100	2.91	2.52	2.31	2.17	2.08	2.01	1.96	1.92	1.88
		.050	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27
		.010	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18
		.001	13.74	9.12	7.36	6.41	5.80	5.38	5.07	4.83	4.64
	27	.100	2.90	2.51	2.30	2.17	2.07	2.00	1.95	1.91	1.87
		.050	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25
		.010	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15
		.001	13.61	9.02	7.27	6.33	5.73	5.31	5.00	4.76	4.57
	28	.100	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.90	1.87
		.050	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24
		.010	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12
		.001	13.50	8.93	7.19	6.25	5.66	5.24	4.93	4.69	4.50
	29	.100	2.89	2.50	2.28	2.15	2.06	1.99	1.93	1.89	1.86
		.050	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22
		.010	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09
		.001	13.39	8.85	7.12	6.19	5.59	5.18	4.87	4.64	4.45
	30	.100	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85
		.050	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21
		.010	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07
		.001	13.29	8.77	7.05	6.12	5.53	5.12	4.82	4.58	4.39
	40	.100	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83	1.79
		.050	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12
		.010	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89
		.001	12.61	8.25	6.59	5.70	5.13	4.73	4.44	4.21	4.02
	50	.100	2.81	2.41	2.20	2.06	1.97	1.90	1.84	1.80	1.76
		.050	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07
		.010	7.17	5.06	4.20	3.72	3.41	3.19	3.02	2.89	2.78
		.001	12.22	7.96	6.34	5.46	4.90	4.51	4.22	4.00	3.82
	60	.100	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74
		.050	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04
		.010	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72
		.001	11.97	7.77	6.17	5.31	4.76	4.37	4.09	3.86	3.69
	100	.100	2.76	2.36	2.14	2.00	1.91	1.83	1.78	1.73	1.69
		.050	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.97
		.010	6.90	4.82	3.98	3.51	3.21	2.99	2.82	2.69	2.59
		.001	11.50	7.41	5.86	5.02	4.48	4.11	3.83	3.61	3.44
200	.100	2.73	2.33	2.11	1.97	1.88	1.80	1.75	1.70	1.66	
	.050	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.93	
	.010	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.50	
	.001	11.15	7.15	5.63	4.81	4.29	3.92	3.65	3.43	3.26	
1000	.100	2.71	2.31	2.09	1.95	1.85	1.78	1.72	1.68	1.64	
	.050	3.85	3.00	2.61	2.38	2.22	2.11	2.02	1.95	1.89	
	.010	6.66	4.63	3.80	3.34	3.04	2.82	2.66	2.53	2.43	
	.001	10.89	6.96	5.46	4.65	4.14	3.78	3.51	3.30	3.13	

(continued)

Table A.9 Critical Values for *F* Distributions (cont.)

$\nu_1 = \text{numerator df}$										
10	12	15	20	25	30	40	50	60	120	1000
1.87	1.82	1.77	1.72	1.68	1.66	1.63	1.61	1.59	1.56	1.52
2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.84	1.82	1.77	1.72
3.13	2.99	2.85	2.70	2.60	2.54	2.45	2.40	2.36	2.27	2.18
4.56	4.31	4.06	3.79	3.63	3.52	3.37	3.28	3.22	3.06	2.91
1.86	1.81	1.76	1.71	1.67	1.65	1.61	1.59	1.58	1.54	1.51
2.22	2.15	2.07	1.99	1.94	1.90	1.85	1.82	1.80	1.75	1.70
3.09	2.96	2.81	2.66	2.57	2.50	2.42	2.36	2.33	2.23	2.14
4.48	4.24	3.99	3.72	3.56	3.44	3.30	3.21	3.15	2.99	2.84
1.85	1.80	1.75	1.70	1.66	1.64	1.60	1.58	1.57	1.53	1.50
2.20	2.13	2.06	1.97	1.92	1.88	1.84	1.81	1.79	1.73	1.68
3.06	2.93	2.78	2.63	2.54	2.47	2.38	2.33	2.29	2.20	2.11
4.41	4.17	3.92	3.66	3.49	3.38	3.23	3.14	3.08	2.92	2.78
1.84	1.79	1.74	1.69	1.65	1.63	1.59	1.57	1.56	1.52	1.48
2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.79	1.77	1.71	1.66
3.03	2.90	2.75	2.60	2.51	2.44	2.35	2.30	2.26	2.17	2.08
4.35	4.11	3.86	3.60	3.43	3.32	3.18	3.09	3.02	2.86	2.72
1.83	1.78	1.73	1.68	1.64	1.62	1.58	1.56	1.55	1.51	1.47
2.18	2.10	2.03	1.94	1.89	1.85	1.81	1.77	1.75	1.70	1.65
3.00	2.87	2.73	2.57	2.48	2.41	2.33	2.27	2.23	2.14	2.05
4.29	4.05	3.80	3.54	3.38	3.27	3.12	3.03	2.97	2.81	2.66
1.82	1.77	1.72	1.67	1.63	1.61	1.57	1.55	1.54	1.50	1.46
2.16	2.09	2.01	1.93	1.88	1.84	1.79	1.76	1.74	1.68	1.63
2.98	2.84	2.70	2.55	2.45	2.39	2.30	2.25	2.21	2.11	2.02
4.24	4.00	3.75	3.49	3.33	3.22	3.07	2.98	2.92	2.76	2.61
1.76	1.71	1.66	1.61	1.57	1.54	1.51	1.48	1.47	1.42	1.38
2.08	2.00	1.92	1.84	1.78	1.74	1.69	1.66	1.64	1.58	1.52
2.80	2.66	2.52	2.37	2.27	2.20	2.11	2.06	2.02	1.92	1.82
3.87	3.64	3.40	3.14	2.98	2.87	2.73	2.64	2.57	2.41	2.25
1.73	1.68	1.63	1.57	1.53	1.50	1.46	1.44	1.42	1.38	1.33
2.03	1.95	1.87	1.78	1.73	1.69	1.63	1.60	1.58	1.51	1.45
2.70	2.56	2.42	2.27	2.17	2.10	2.01	1.95	1.91	1.80	1.70
3.67	3.44	3.20	2.95	2.79	2.68	2.53	2.44	2.38	2.21	2.05
1.71	1.66	1.60	1.54	1.50	1.48	1.44	1.41	1.40	1.35	1.30
1.99	1.92	1.84	1.75	1.69	1.65	1.59	1.56	1.53	1.47	1.40
2.63	2.50	2.35	2.20	2.10	2.03	1.94	1.88	1.84	1.73	1.62
3.54	3.32	3.08	2.83	2.67	2.55	2.41	2.32	2.25	2.08	1.92
1.66	1.61	1.56	1.49	1.45	1.42	1.38	1.35	1.34	1.28	1.22
1.93	1.85	1.77	1.68	1.62	1.57	1.52	1.48	1.45	1.38	1.30
2.50	2.37	2.22	2.07	1.97	1.89	1.80	1.74	1.69	1.57	1.45
3.30	3.07	2.84	2.59	2.43	2.32	2.17	2.08	2.01	1.83	1.64
1.63	1.58	1.52	1.46	1.41	1.38	1.34	1.31	1.29	1.23	1.16
1.88	1.80	1.72	1.62	1.56	1.52	1.46	1.41	1.39	1.30	1.21
2.41	2.27	2.13	1.97	1.87	1.79	1.69	1.63	1.58	1.45	1.30
3.12	2.90	2.67	2.42	2.26	2.15	2.00	1.90	1.83	1.64	1.43
1.61	1.55	1.49	1.43	1.38	1.35	1.30	1.27	1.25	1.18	1.08
1.84	1.76	1.68	1.58	1.52	1.47	1.41	1.36	1.33	1.24	1.11
2.34	2.20	2.06	1.90	1.79	1.72	1.61	1.54	1.50	1.35	1.16
2.99	2.77	2.54	2.30	2.14	2.02	1.87	1.77	1.69	1.49	1.22

Name of course: Core CBCS

Scheme/Mode of Examination: CBCS Semester –III (OC)

Name of the Paper: Statistical Methods for Economics

UPC/Subject Code: 12271303 (OC)

Duration: 3 Hrs.

Maximum Marks: 75

Instructions: Answer any four questions. All questions carry equal marks. Answers may be written either in English or in Hindi but the same medium should be used throughout the paper. The use of a simple non-programmable calculator is allowed. Statistical tables are attached for your reference. In all calculations, figures should be rounded to two decimal places.

निर्देश: किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दें। सभी प्रश्नों के समान अंक हैं। उत्तर अंग्रेजी या हिंदी में लिखे जा सकते हैं लेकिन पूरे पेपर में एक ही माध्यम का उपयोग किया जाना चाहिए। एक साधारण गैर-प्रोग्रामेबल कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है। सांख्यिकीय टेबल आपके संदर्भ के लिए संलग्न हैं। सभी गणनाओं में, आंकड़ों को दो दशमलव स्थानों पर गोल किया जाना चाहिए।

Q1 i) Following are the scores for students of physics (X):

X	15	13	18	14.5	12	11	8.9	8
---	----	----	----	------	----	----	-----	---

- Determine the value of sample mean, sample median and 12.5% trimmed mean. Compare these values and comment on them.
- A sample of three scores is drawn from the above population. How many such samples can be drawn if it is a random sample?
- Suppose two such samples are (18, 12, 8) and (13, 14.5, 11). What are the respective sample means? Is the sample mean a random variable and why?

ii) The current economic indicators after the pandemic indicate make forecasters think that the economy will recover from recession over the next four quarters with probability 0.4. A survey was therefore, conducted by the government to assess business intentions to expand plant and equipment. Such a survey in the past predicted a recovery when a recovery did actually occur 8 times out of 10. In 2 out of 10 cases, a recovery was predicted but it did not actually occur. In the light of this information, how might the forecaster revise his assessment of the probability that a recovery will occur?

iii) a) Rajesh wants to insure his car against theft. The value of the car is assessed at Rs 150,000/-. The annual premium which he must pay to insure the car is Rs 2000. If the probability of his car being stolen is $1/10000$, is his insurance contract fair?

b) Suppose a string of Diwali lights have 14 bulbs wind in series which implies that the string will work if all the bulbs work. If each bulb has a 99.9% chance of working the first time current is passed. What is the probability that the string itself will not work.

Q1 i) भौतिकी के छात्रों के लिए स्कोर निम्नलिखित हैं (X):

X	15	13	18	14.5	12	11	8.9	8
---	----	----	----	------	----	----	-----	---

क) नमूना औसत, नमूना माध्यिका और 12.5% छंटनी माध्य का मान निर्धारित कीजिये। इन मूल्यों की तुलना कीजिये और उन पर टिप्पणी कीजिये।

ख) तीन अंकों का एक नमूना उपरोक्त आबादी से लिया गया है। यदि नमूना यादृच्छिक है तो ऐसे कितने नमूने खींचे जा सकते हैं?

ग) मान लीजिए कि दो ऐसे नमूने हैं (18, 12, 8) और (13, 14.5, 11)। संबंधित नमूना साधन क्या हैं? क्या नमूना एक यादृच्छिक चर है और क्यों?

ii) महामारी का संकेत देने के बाद मौजूदा आर्थिक संकेतक यह अनुमान लगाते हैं कि अर्थव्यवस्था अगले चार तिमाहियों में मंदी से उबर जाएगी। इसलिए, सरकार द्वारा संयंत्र और उपकरणों के विस्तार के लिए व्यापारिक इरादों का आकलन करने के लिए एक सर्वेक्षण किया गया। अतीत में इस तरह के एक सर्वेक्षण ने आर्थिक पुनःप्राप्ति की भविष्यवाणी की थी जब आर्थिक पुनःप्राप्ति वास्तव में 10 में से 8 बार हुई थी। 10 में से 2 मामलों में, आर्थिक पुनःप्राप्ति की भविष्यवाणी की गई थी लेकिन यह वास्तव में नहीं हुआ था। इस जानकारी के प्रकाश में, भविष्यवक्ता इस संभावना के अपने आकलन को कैसे संशोधित कर सकता है कि आर्थिक पुनःप्राप्ति होगी?

iii) क) राजेश चोरी के खिलाफ अपनी कार का बीमा कराना चाहता है। कार का मूल्य 150,000/ रुपये आंका गया है। कार का बीमा करने के लिए उसे जो वार्षिक प्रीमियम देना होगा, वह रु 2000 है। यदि उसकी कार चोरी होने की संभावना $1/10000$ है, तो क्या उसका बीमा अनुबंध उचित है?

ख) मान लीजिए कि दीवाली की एक स्ट्रिंग की श्रृंखला में 14 बल्ब की कतार होती है, जिसका अर्थ है कि यदि सभी बल्ब काम करते हैं तो स्ट्रिंग काम करेगी। यदि प्रत्येक बल्ब में 99.9% काम करने की संभावना है, तो पहली बार करंट पास होने पर क्या क्या संभावना है कि स्ट्रिंग ही काम नहीं करेगी।

Q2 i) An inflammatory disease is a fatal genetic disease occurring mainly in children, belonging to a particular sly community. Suppose that we limit ourselves to families which have (a) exactly three children, and (b) which have both parents carrying the inflammatory disease. For such parents, the probability that a child will get the disease is $1/4$. Assume each child is independent of one another. Let X be the random variable representing the number of children that will have the disease. Which distribution does X follow? What will be the pdf of X ? Find $E(X)$ and $V(X)$.

ii) A game of Indian Premiere league of cricket is being watched in a café. It is observed that someone is clearly supporting Mumbai Indians in the game. Assume that the probability that a randomly selected person in the café is born within 25 miles of Mumbai is $1/20$. The probability that a person born within 25 miles of Mumbai actually supports Mumbai Indians is $7/10$ and the probability that a person not born within 25 miles of Mumbai supports Mumbai Indians is $1/10$. What is the probability that the randomly selected person from the cafe was actually born within 25 miles of Mumbai?

iii) The number of minutes Ram is early or late to work is a random variable whose pdf is given by:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{288}(36 - x^2) & \text{for } -6 < x < 6 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

Where negative values are indicative of Ram being early to work and positive values are indicative of him being late for work

- What is the probability that one of the days he will be at least 2 minutes early to work? At least 1 minute late to work?
- Compute expected time taken and the standard deviation of the time taken by Ram to reach for work.

iv) If the temperature at which ice cream melts is a random variable with mean value 120°C and standard deviation 2°C , what are the mean temperature and standard deviation in $^\circ\text{F}$? It is known that $^\circ\text{F} = 1.8^\circ\text{C} + 32$

Q2) i) एक इंप्लेमेटरी बीमारी मुख्य रूप से बच्चों में होने वाली एक घातक आनुवंशिक बीमारी है, जो एक विशेष धूर्त समुदाय से संबंधित है। मान लीजिए कि हम खुद को उन परिवारों तक सीमित रखते हैं जिनके (ए) बिल्कुल तीन बच्चे हैं, और (बी) जिनके

माता-पिता दोनों में इंप्लेमेंटरी बीमारी है। ऐसे माता-पिता के, एक बच्चे को बीमारी होने की संभावना $1/4$ है। मान लें कि प्रत्येक बच्चा एक दूसरे से स्वतंत्र है। बता दें कि X बच्चों की संख्या का प्रतिनिधित्व करने वाला यादृच्छिक चर है जिसमें बीमारी होगी। X किस वितरण का अनुसरण करता है? X का pdf क्या होगा? $E(X)$ और $V(X)$ को ज्ञात कीजिये।

ii) एक कैफे में भारतीय प्रीमियर लीग क्रिकेट का खेल देखा जा रहा है। यह देखा गया है कि कोई खेल में मुंबई इंडियंस का स्पष्ट समर्थन कर रहा है। मान लें कि इसकी संभावना $1/20$ है कि कैफे में एक यादृच्छिक रूप से चयनित व्यक्ति मुंबई के 25 मील के भीतर पैदा होता है। मुंबई के 25 मील के भीतर पैदा होने वाला व्यक्ति वास्तव में मुंबई इंडियंस का समर्थन करता है, इसकी संभावना $7/10$ है और मुंबई के 25 मील के भीतर पैदा नहीं होने वाला व्यक्ति मुंबई इंडियंस का समर्थन करता है इसकी संभावना $1/10$ है। क्या संभावना है कि कैफे से यादृच्छिक रूप से चयनित व्यक्ति वास्तव में मुंबई के 25 मील के भीतर पैदा हुआ था?

iii) काम के लिए राम का जल्दी या देर से आने की संख्या एक यादृच्छिक चर है जिसका पीडीएफ (pdf) नीचे दिया गया है:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{288} (36 - x^2) & \text{for } -6 < x < 6 \\ 0, & \text{अन्यत्र} \end{cases}$$

जहाँ नकारात्मक मूल्य राम के शीघ्र काम के लिए जल्दी के संकेत देते हैं और सकारात्मक मूल्य उन्हें काम के लिए देर से आने का संकेत देते हैं

क) क्या संभावना है कि एक दिन वह काम करने के लिए कम से कम 2 मिनट पहले आएगा? काम के लिए कम से कम 1 मिनट देर से आएगा?

ख) काम के लिए पहुंचने के लिए राम द्वारा लिए गए अपेक्षित समय और समय के मानक विचलन की गणना कीजिये।

iv) यदि जिस तापमान पर आइसक्रीम पिघलती है, एक यादृच्छिक चर है जिस के साथ उसका औसत मान 120°C और मानक विचलन 2°C , तो $^\circ\text{F}$ में औसत तापमान और मानक विचलन क्या हैं? यह ज्ञात है कि $^\circ\text{F} = 1.8^\circ\text{C} + 32$ ।

Q3 i) The average number of acres of land cultivated with food grains is normally distributed with mean 4,300 acres per year, and standard deviation of 750 acres. What is the probability that between 2,500 and 4,200 acres will be cultivated in any given year? What number of cultivated acres corresponds to the 38th percentile?

ii) The random variable X has a range of {0, 1, 2} and the random variable Y has a range of {1, 2}. The joint distribution of X and Y is given by the following table:

y→	1	2
x↓		
0	0.2	0.1
1	0	0.2
2	0.3	0.2

- Find the marginal distribution of X and Y
- What is the conditional distribution of X given Y=2.
- Compute Cov (X,Y)
- Are X and Y independent?

iii) For short distance flights, AVX airways provides three different choices on its snack menu—mixed nuts, potato chips, and cookies. The airline observes in the past that each snack is equally likely to be chosen. If there are 150 passengers on a particular flight, what is the approximate probability that

- At least 60 will choose mixed nuts?
- Fewer than 60 will choose mixed nuts?

iv) Ratio of the probability of 3 successes in 5 independent trials to the probability of 2 successes in 5 independent trials is $\frac{1}{4}$. What is the probability of 4 successes in 6 independent trials?

Q3) i) खाद्यान्न के लिए खेती की गई एकड़ भूमि सामान्य रूप से वितरित हैं जिसका औसतन प्रति वर्ष 4,300 एकड़, और मानक विचलन 750 एकड़ है। क्या संभावना है कि किसी भी वर्ष में 2,500 और 4,200 एकड़ के बीच खेती की जाएगी? खेती की गई एकड़ की क्या संख्या 38 वें प्रतिशत से मेल खाती है?

ii) यादृच्छिक चर X की श्रेणी {0, 1, 2} है और यादृच्छिक चर Y की श्रेणी {1, 2} है। X और Y का संयुक्त वितरण निम्न तालिका द्वारा दिया गया है:

y→	1	2
x↓		
0	0.2	0.1
1	0	0.2
2	0.3	0.2

- क) X और Y के सीमांत वितरण का ज्ञात कीजिये।
 ख) X के सशर्त वितरण का पता लगाएं यदि $Y = 2$ है।
 ग) सहप्रसरण (X, Y) $\{Cov(X, Y)\}$ का ज्ञात कीजिये।
 घ) क्या X और Y स्वतंत्र हैं?

iii) छोटी दूरी की उड़ानों के लिए, एवीएक्स एयरवेज अपने स्नैक मेनू पर तीन अलग-अलग विकल्प प्रदान करता है- मिश्रित नट्स, आलू के चिप्स, और कुकीज़। एयरलाइन अतीत में देखती है कि प्रत्येक स्नैक को चुने जाने की समान रूप से संभावना है। यदि किसी विशेष उड़ान पर 150 यात्री हैं, तो अनुमानित संभावना क्या है कि

- क) कम से कम 60 मिश्रित नट का चयन करेंगे?
 बी) 60 से कम मिश्रित नट्स का चयन करेंगे?

iv) 5 स्वतंत्र परीक्षणों में 3 सफलताओं को 5 स्वतंत्र परीक्षणों में 2 सफलताओं की संभावना का अनुपात $\frac{1}{4}$ है। 6 स्वतंत्र परीक्षणों में 4 सफलताओं की संभावना क्या है?

Q4 i) A particular brand of sanitiser comes in three sizes: 25 ml, 40 ml, and 65 ml. 20% of all purchasers select a 25ml bottle, 50% select 40 ml bottle and the remaining select a 65 ml bottle. Let X_1 and X_2 be the bottle sizes selected by two independently selected customers. Determine the sampling distribution of \bar{X} . Calculate $E(\bar{X})$ and compare it to μ .

ii) a) The amount of garbage disposal by the municipality is a random variable with mean 4 tonnes and standard deviation 1.5 tonnes. If 50 trucks of garbage are independently disposed in different ways, what is the approximate probability that the sample average amount of garbage disposed is between 3.2 tonnes and 4.2 tonnes? What assumption is used here, if any?

b) If the sample size would have been 16 instead of 50, could the probability asked in part (i) be calculated from the information provided?

iii) A random sample of 10 tyres in a particular lot each of which is coated with durability rubber is selected and the amount of rubber (in mg) applied on them is determined. The resulting observations are 103, 156, 118, 89, 125, 147, 122, 109, 138, and 99. Let μ denote the coating of durability rubber on all the tyres. Compute a point estimate of μ .

iv) If X and Y are independent random variables with variances $\sigma^2_X = 5$ and $\sigma^2_Y = 3$, find the variance of the random variable $Z = 2X - 4Y - 3$.

- Q4 i) सैनटाइटर का एक विशेष ब्रांड तीन आकारों में आता है: 25 मिली, 40 मिली और 65 मिली। सभी खरीदारों में से 20%, 25ml बोतल का चयन करते हैं, 50% 40 ml की बोतल का चयन करते हैं और शेष 65 मिलीलीटर की बोतल का चयन करते हैं। बता दें कि X_1 और X_2 दो स्वतंत्र रूप से चयनित ग्राहकों द्वारा चुने गए बोतल का आकार हैं। \bar{X} का नमूना वितरण निर्धारित कीजिये। $E(\bar{X})$ की गणना कीजिये और μ से तुलना कीजिये।
- ii) क) नगरपालिका द्वारा कचरा निपटान की मात्रा एक यादृच्छिक चर है जिसका औसत 4 टन और मानक विचलन 1.5 टन है। यदि कचरे के 50 ट्रकों को अलग-अलग तरीकों से स्वतंत्र रूप से निपटाया जाता है, तो अनुमानित संभावना क्या है कि कचरे का नमूना औसत मात्रा 3.2 टन और 4.2 टन के बीच है? यदि कोई हो तो क्या धारणा यहाँ उपयोग की जाती है?
- ख) यदि नमूने का आकार 50 के बजाय 16 होगा, तो क्या भाग (i) में पूछी गई संभावना की जानकारी से गणना की जा सकती है?
- iii) एक विशेष लॉट में 10 टायरों का एक यादृच्छिक नमूना है, जिनमें से प्रत्येक को टिकाऊ रबर के साथ लेपित किया जाता है और उन पर लागू रबड़ (मिलीग्राम में) की मात्रा निर्धारित की जाती है। परिणामी अवलोकन 103, 156, 118, 89, 125, 147, 122, 109, 138, और 99 हैं। मान लीजिये कि μ सभी टायरों पर औसत टिकाऊ रबर के लेप को दर्शाता है। μ के एक बिंदु अनुमान की गणना कीजिये।
- iv) यदि X और Y स्वतंत्र रूप से भिन्न चर हैं जिनकी प्रसरण $\sigma^2_X = 5$ और $\sigma^2_Y = 3$ हैं, तो यादृच्छिक चर $Z = 2X - 4Y - 3$ का विचरण खोजिये।

- Q5 i) At a starting time $t=0$, 20 identical bulbs are tested. The lifetime distribution of each is exponential with parameter ν . The experimenter then leaves the test facility unmonitored. On his return 24 hours later, the experimenter immediately terminates the

test after noticing that 15 of the 20 bulbs are still in operation (implying 5 have failed). Derive the MLE of ν .

ii) a) It was observed that aged people suffering from depression, benefit from meditation therapy. The time that they could do meditation is normally distributed with mean 65 minutes and standard deviation of 25 minutes. A new meditation video has been launched and producers of the video wish to estimate the true average time μ spent by the aged people doing meditation using the new video. A sample of 50 older people was surveyed and sample mean was found to be 57 minutes. Assuming that the time for which the aged people can still do meditation is also normally distributed, construct a 95% confidence interval for the true average time spent doing meditation.

b) What sample size is necessary to ensure that the resulting 95% confidence interval has a width of at most 10 minutes? Without calculation, how do you think that the required sample would change if the width would be at most 12 minutes?

iii) Out of a random sample of 500 people travelling by metro, 104 were women.

a) Estimate the proportion of all travellers who are women.

b) Estimate the standard error of the estimate in part a)

c) For what value of p (the population proportion) is the standard error of its estimator maximum?

d) Construct an 89% confidence interval for the population proportion of women travellers.

e) Does the true proportion lie in the confidence interval constructed in part (d)?

iv) If U and W are two independent standard normal random variables and $Y=0.6U+0.8W$. Determine $\text{Corr}(U, Y)$

Q5 i) शुरुआती समय $t = 0$ में, 20 समान बल्बों का परीक्षण किया जाता है। प्रत्येक का आजीवन वितरण पैरामीटर ν के साथ घातांक है। प्रयोग करने वाला तब परीक्षण सुविधा को बिना अनुमति के छोड़ देता है। 24 घंटे बाद उसकी वापसी पर, प्रयोगकर्ता तुरंत परीक्षण को समाप्त करने के बाद सूचित करता है कि 20 बल्बों में से 15 अभी भी ऑपरेशन में हैं (5 असफल रहे हैं)। ν के MLE व्युत्पन्न कीजिये।

ii) क) यह देखा गया कि अवसाद से पीड़ित वृद्ध लोग ध्यान चिकित्सा से लाभान्वित होते हैं। जिस समय वे ध्यान कर सकते थे, वह सामान्य रूप से वितरित किया जाता है जिसका औसतन 65 मिनट और मानक विचलन 25 मिनट है। एक नया मेडिटेशन

वीडियो लॉन्च किया गया है और वीडियो के निर्माता नए वीडियो का उपयोग करके ध्यान कर रहे वृद्ध लोगों द्वारा खर्च किए गए सही औसत समय μ का अनुमान लगाना चाहते हैं। 50 वृद्ध लोगों के नमूने का सर्वेक्षण किया गया और नमूना का औसत 57 मिनट पाया गया। यह मानते हुए कि जिस समय के लिए वृद्ध लोग अभी भी ध्यान कर सकते हैं वह भी सामान्य रूप से वितरित किया जाता है, ध्यान करने में खर्च किए गए सही औसत समय के लिए 95% आत्मविश्वास अंतराल का निर्माण कीजिये।

ख) क्या नमूना आकार यह सुनिश्चित करने के लिए आवश्यक है कि परिणामस्वरूप 95% आत्मविश्वास अंतराल की चौड़ाई अधिकतम 10 मिनट है? गणना के बिना, आपको कैसे लगता है कि आवश्यक नमूना आकार बदल जाएगा यदि अधिकतम चौड़ाई 12 की होगी?

iii) मेट्रो द्वारा यात्रा करने वाले 500 लोगों के यादृच्छिक नमूने में से 104 महिलाएं थीं।

क) उन सभी यात्रियों के अनुपात का अनुमान लगाएं जो महिला हैं।

ख) भाग क) में अनुमान की मानक त्रुटि का अनुमान लगाएं।

ग) पी के किस मूल्य (जनसंख्या अनुपात) के लिए अपने अनुमानक की मानक त्रुटि अधिकतम है?

ड) महिला यात्रियों की जनसंख्या अनुपात के लिए 89% विश्वास अंतराल का निर्माण कीजिये।

ई) क्या भाग (ड) में निर्मित आत्मविश्वास अंतराल में सही अनुपात है?

iv) यदि U और W दो स्वतंत्र मानक सामान्य यादृच्छिक चर हैं और $Y=0.6U+0.8W$ हैं। सहसंबंध (Corr) (U , Y) निर्धारित कीजिये।

Q6 i) Derive method of moments and maximum-likelihood estimators for parameter μ based on a sample of size n from a Normal distribution having known variance σ^2 and unknown mean μ . Compute your estimators if the observed sample is 3, 6, 2, 0, 0, 3.

ii) A pollution study of areas in Delhi found the following amount of PM2.5 (measured in ppm) in 5 different samples from various areas in Delhi

0.22, 0.27, 0.32, 0.33 and 0.36

Assuming that the population sampled is normal, construct a 90% confidence interval for the true mean level of PM2.5 in Delhi.

iii) On the average, a certain computer part lasts ten years. The length of time the computer part lasts is exponentially distributed.

- a) What is the probability that a computer part lasts more than 7 years?
- b) On the average, how long would five computer parts last if they are used one after another?

iv) For a given sample size, can we say unequivocally that 99% confidence level is to be preferred to a 95% level? Why or why not?

Q6 i) पैरामीटर μ के लिए क्षणों की अधिकतम विधि और अधिकतम-संभावना अनुमानक की व्युत्पन्नति कीजिये जो कि आकार n के नमूने पर आधारित हैं अथवा सामान्य वितरण से लिया गया हैं, जिसका σ^2 ज्ञात हैं और माध्य अज्ञात हैं। अपने अनुमानकों की गणना कीजिये यदि देखा गया नमूना 3, 6, 2, 0, 0, 3 हैं।

ii) दिल्ली में क्षेत्रों के प्रदूषण अध्ययन में दिल्ली के विभिन्न क्षेत्रों से 5 अलग-अलग नमूनों में पीएम 2.5 की निम्न मात्रा (पीपीएम में मापा गया) पाया गया।

0.22, 0.27, 0.32, 0.33 और 0.36

यह मानते हुए कि जनसंख्या का नमूना सामान्य है, दिल्ली में पीएम 2.5 के वास्तविक औसत स्तर के लिए 90% विश्वास अंतराल का निर्माण कीजिये।

iii) औसतन, एक निश्चित कंप्यूटर हिस्सा दस साल तक रहता है। कंप्यूटर का हिस्सा जिस समय तक रहता है, वह चरघातांकी तरीके से वितरित होता है।

क) क्या संभावना है कि एक कंप्यूटर हिस्सा 7 साल से अधिक समय तक रहता है?

ख) औसतन, कंप्यूटर के पाँच भाग कितने समय तक चलेगें यदि उनका उपयोग एक के बाद एक किया जाए?

iv) किसी दिए गए नमूने के आकार के लिए, क्या हम स्पष्टया रूप से कह सकते हैं कि 99% आत्मविश्वास स्तर को 95% स्तर पर सर्व-प्रधान रखा जाता हैं? क्यों या क्यों नहीं?

Table A.1 Cumulative Binomial Probabilities

$$B(x; n, p) = \sum_{y=0}^x b(y; n, p)$$

a. $n = 5$

		<i>p</i>														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
<i>x</i>	0	.951	.774	.590	.328	.237	.168	.078	.031	.010	.002	.001	.000	.000	.000	.000
	1	.999	.977	.919	.737	.633	.528	.337	.188	.087	.031	.016	.007	.000	.000	.000
	2	1.000	.999	.991	.942	.896	.837	.683	.500	.317	.163	.104	.058	.009	.001	.000
	3	1.000	1.000	1.000	.993	.984	.969	.913	.812	.663	.472	.367	.263	.081	.023	.001
	4	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.998	.990	.969	.922	.832	.763	.672	.410	.226	.049

b. $n = 10$

		<i>p</i>														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
<i>x</i>	0	.904	.599	.349	.107	.056	.028	.006	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.996	.914	.736	.376	.244	.149	.046	.011	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	2	1.000	.988	.930	.678	.526	.383	.167	.055	.012	.002	.000	.000	.000	.000	.000
	3	1.000	.999	.987	.879	.776	.650	.382	.172	.055	.011	.004	.001	.000	.000	.000
	4	1.000	1.000	.998	.967	.922	.850	.633	.377	.166	.047	.020	.006	.000	.000	.000
	5	1.000	1.000	1.000	.994	.980	.953	.834	.623	.367	.150	.078	.033	.002	.000	.000
	6	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.989	.945	.828	.618	.350	.224	.121	.013	.001	.000
	7	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.988	.945	.833	.617	.474	.322	.070	.012	.000
	8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.989	.954	.851	.756	.624	.264	.086	.004
	9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.994	.972	.944	.893	.651	.401	.096

c. $n = 15$

		<i>p</i>														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
<i>x</i>	0	.860	.463	.206	.035	.013	.005	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.990	.829	.549	.167	.080	.035	.005	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	2	1.000	.964	.816	.398	.236	.127	.027	.004	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	3	1.000	.995	.944	.648	.461	.297	.091	.018	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	4	1.000	.999	.987	.836	.686	.515	.217	.059	.009	.001	.000	.000	.000	.000	.000
	5	1.000	1.000	.998	.939	.852	.722	.403	.151	.034	.004	.001	.000	.000	.000	.000
	6	1.000	1.000	1.000	.982	.943	.869	.610	.304	.095	.015	.004	.001	.000	.000	.000
	7	1.000	1.000	1.000	.996	.983	.950	.787	.500	.213	.050	.017	.004	.000	.000	.000
	8	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.985	.905	.696	.390	.131	.057	.018	.000	.000	.000
	9	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.966	.849	.597	.278	.148	.061	.002	.000	.000
	10	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.991	.941	.783	.485	.314	.164	.013	.001	.000
	11	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.982	.909	.703	.539	.352	.056	.005	.000
	12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.996	.973	.873	.764	.602	.184	.036	.000
	13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.995	.965	.920	.833	.451	.171	.010
	14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.995	.987	.965	.794	.537	.140

(continued)

Table A.1 Cumulative Binomial Probabilities (cont.)

$$B(x; n, p) = \sum_{y=0}^x b(y; n, p)$$

d. $n = 20$

	<i>p</i>														
	0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
0	.818	.358	.122	.012	.003	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
1	.983	.736	.392	.069	.024	.008	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
2	.999	.925	.677	.206	.091	.035	.004	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
3	1.000	.984	.867	.411	.225	.107	.016	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
4	1.000	.997	.957	.630	.415	.238	.051	.006	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
5	1.000	1.000	.989	.804	.617	.416	.126	.021	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
6	1.000	1.000	.998	.913	.786	.608	.250	.058	.006	.000	.000	.000	.000	.000	.000
7	1.000	1.000	1.000	.968	.898	.772	.416	.132	.021	.001	.000	.000	.000	.000	.000
8	1.000	1.000	1.000	.990	.959	.887	.596	.252	.057	.005	.001	.000	.000	.000	.000
9	1.000	1.000	1.000	.997	.986	.952	.755	.412	.128	.017	.004	.001	.000	.000	.000
10	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.983	.872	.588	.245	.048	.014	.003	.000	.000	.000
11	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.995	.943	.748	.404	.113	.041	.010	.000	.000	.000
12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.979	.868	.584	.228	.102	.032	.000	.000	.000
13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.994	.942	.750	.392	.214	.087	.002	.000	.000
14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.979	.874	.584	.383	.196	.011	.000	.000
15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.994	.949	.762	.585	.370	.043	.003	.000
16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.984	.893	.775	.589	.133	.016	.000
17	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.996	.965	.909	.794	.323	.075	.001
18	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.992	.976	.931	.608	.264	.017
19	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.997	.988	.878	.642	.182

(continued)

Table A.1 Cumulative Binomial Probabilities (cont.)

$$B(x; n, p) = \sum_{y=0}^x b(y; n, p)$$

e. $n = 25$

		p														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
	0	.778	.277	.072	.004	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.974	.642	.271	.027	.007	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	2	.998	.873	.537	.098	.032	.009	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	3	1.000	.966	.764	.234	.096	.033	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	4	1.000	.993	.902	.421	.214	.090	.009	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	5	1.000	.999	.967	.617	.378	.193	.029	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	6	1.000	1.000	.991	.780	.561	.341	.074	.007	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	7	1.000	1.000	.998	.891	.727	.512	.154	.022	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	8	1.000	1.000	1.000	.953	.851	.677	.274	.054	.004	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	9	1.000	1.000	1.000	.983	.929	.811	.425	.115	.013	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	10	1.000	1.000	1.000	.994	.970	.902	.586	.212	.034	.002	.000	.000	.000	.000	.000
	11	1.000	1.000	1.000	.998	.980	.956	.732	.345	.078	.006	.001	.000	.000	.000	.000
x	12	1.000	1.000	1.000	1.000	.997	.983	.846	.500	.154	.017	.003	.000	.000	.000	.000
	13	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.994	.922	.655	.268	.044	.020	.002	.000	.000	.000
	14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.966	.788	.414	.098	.030	.006	.000	.000	.000
	15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.987	.885	.575	.189	.071	.017	.000	.000	.000
	16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.996	.946	.726	.323	.149	.047	.000	.000	.000
	17	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.978	.846	.488	.273	.109	.002	.000	.000
	18	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.993	.926	.659	.439	.220	.009	.000	.000
	19	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.971	.807	.622	.383	.033	.001	.000
	20	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.991	.910	.786	.579	.098	.007	.000
	21	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.967	.904	.766	.236	.034	.000
	22	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.991	.968	.902	.463	.127	.002
	23	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.993	.973	.729	.358	.026
	24	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.928	.723	.222

Table A.2 Cumulative Poisson Probabilities

$$F(x; \mu) = \sum_{y=0}^x \frac{e^{-\mu} \mu^y}{y!}$$

		μ									
		.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0
	0	.905	.819	.741	.670	.607	.549	.497	.449	.407	.368
	1	.995	.982	.963	.938	.910	.878	.844	.809	.772	.736
	2	1.000	.999	.996	.992	.986	.977	.966	.953	.937	.920
x	3		1.000	1.000	.999	.998	.997	.994	.991	.987	.981
	4				1.000	1.000	1.000	.999	.999	.998	.996
	5							1.000	1.000	1.000	.999
	6										1.000

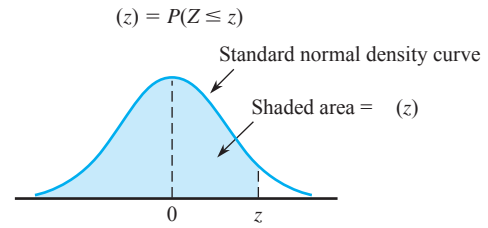
(continued)

Table A.2 Cumulative Poisson Probabilities (cont.)

$$F(x; \mu) = \sum_{y=0}^x \frac{e^{-\mu} \mu^y}{y!}$$

	μ										
	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0	15.0	20.0
0	.135	.050	.018	.007	.002	.001	.000	.000	.000	.000	.000
1	.406	.199	.092	.040	.017	.007	.003	.001	.000	.000	.000
2	.677	.423	.238	.125	.062	.030	.014	.006	.003	.000	.000
3	.857	.647	.433	.265	.151	.082	.042	.021	.010	.000	.000
4	.947	.815	.629	.440	.285	.173	.100	.055	.029	.001	.000
5	.983	.916	.785	.616	.446	.301	.191	.116	.067	.003	.000
6	.995	.966	.889	.762	.606	.450	.313	.207	.130	.008	.000
7	.999	.988	.949	.867	.744	.599	.453	.324	.220	.018	.001
8	1.000	.996	.979	.932	.847	.729	.593	.456	.333	.037	.002
9		.999	.992	.968	.916	.830	.717	.587	.458	.070	.005
10		1.000	.997	.986	.957	.901	.816	.706	.583	.118	.011
11			.999	.995	.980	.947	.888	.803	.697	.185	.021
12			1.000	.998	.991	.973	.936	.876	.792	.268	.039
13				.999	.996	.987	.966	.926	.864	.363	.066
14				1.000	.999	.994	.983	.959	.917	.466	.105
15					.999	.998	.992	.978	.951	.568	.157
16					1.000	.999	.996	.989	.973	.664	.221
17						1.000	.998	.995	.986	.749	.297
18							.999	.998	.993	.819	.381
19							1.000	.999	.997	.875	.470
20								1.000	.998	.917	.559
21									.999	.947	.644
22									1.000	.967	.721
23										.981	.787
24										.989	.843
25										.994	.888
26										.997	.922
27										.998	.948
28										.999	.966
29										1.000	.978
30											.987
31											.992
32											.995
33											.997
34											.999
35											.999
36											1.000

Table A.3 Standard Normal Curve Areas



<i>z</i>	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003
-3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
-3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
-3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
-3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
-2.9	.0019	.0018	.0017	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
-2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
-2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
-2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
-2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0038
-2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
-2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
-2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
-2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
-2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
-1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
-1.8	.0359	.0352	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
-1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
-1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
-1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
-1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0722	.0708	.0694	.0681
-1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
-1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
-1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
-1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
-0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
-0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
-0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
-0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
-0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
-0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
-0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3482
-0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
-0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
-0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641

(continued)

Table A.3 Standard Normal Curve Areas (cont.)

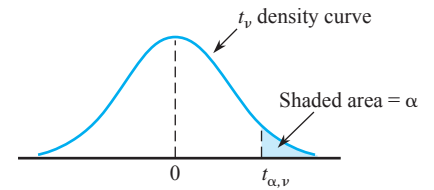
$\Phi(z) = P(Z \leq z)$

<i>z</i>	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9278	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

Table A.4 The Incomplete Gamma Function

$$F(x; \alpha) = \int_0^x \frac{1}{\Gamma(\alpha)} y^{\alpha-1} e^{-y} dy$$

$x \backslash \alpha$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	.632	.264	.080	.019	.004	.001	.000	.000	.000	.000
2	.865	.594	.323	.143	.053	.017	.005	.001	.000	.000
3	.950	.801	.577	.353	.185	.084	.034	.012	.004	.001
4	.982	.908	.762	.567	.371	.215	.111	.051	.021	.008
5	.993	.960	.875	.735	.560	.384	.238	.133	.068	.032
6	.998	.983	.938	.849	.715	.554	.394	.256	.153	.084
7	.999	.993	.970	.918	.827	.699	.550	.401	.271	.170
8	1.000	.997	.986	.958	.900	.809	.687	.547	.407	.283
9		.999	.994	.979	.945	.884	.793	.676	.544	.413
10		1.000	.997	.990	.971	.933	.870	.780	.667	.542
11			.999	.995	.985	.962	.921	.857	.768	.659
12			1.000	.998	.992	.980	.954	.911	.845	.758
13				.999	.996	.989	.974	.946	.900	.834
14				1.000	.998	.994	.986	.968	.938	.891
15					.999	.997	.992	.982	.963	.930

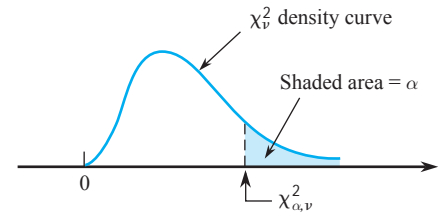
Table A.5 Critical Values for t Distributions

ν	α						
	.10	.05	.025	.01	.005	.001	.0005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.31	636.62
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.326	31.598
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.213	12.924
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.767
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
32	1.309	1.694	2.037	2.449	2.738	3.365	3.622
34	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728	3.348	3.601
36	1.306	1.688	2.028	2.434	2.719	3.333	3.582
38	1.304	1.686	2.024	2.429	2.712	3.319	3.566
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551
50	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	3.262	3.496
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160	3.373
	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291

Table A.6 Tolerance Critical Values for Normal Population Distributions

Confidence Level % of Population Captured	Two-sided Intervals						One-sided Intervals					
	95%			99%			95%			99%		
	≥ 90%	≥ 95%	≥ 99%	≥ 90%	≥ 95%	≥ 99%	≥ 90%	≥ 95%	≥ 99%	≥ 90%	≥ 95%	≥ 99%
2	32.019	37.674	48.430	160.193	188.491	242.300	20.581	26.260	37.094	103.029	131.426	185.617
3	8.380	9.916	12.861	18.930	22.401	29.055	6.156	7.656	10.553	13.995	17.370	23.896
4	5.369	6.370	8.299	9.398	11.150	14.527	4.162	5.144	7.042	7.380	9.083	12.387
5	4.275	5.079	6.634	6.612	7.855	10.260	3.407	4.203	5.741	5.362	6.578	8.939
6	3.712	4.414	5.775	5.337	6.345	8.301	3.006	3.708	5.062	4.411	5.406	7.335
7	3.369	4.007	5.248	4.613	5.488	7.187	2.756	3.400	4.642	3.859	4.728	6.412
8	3.136	3.732	4.891	4.147	4.936	6.468	2.582	3.187	4.354	3.497	4.285	5.812
9	2.967	3.532	4.631	3.822	4.550	5.966	2.454	3.031	4.143	3.241	3.972	5.389
10	2.839	3.379	4.433	3.582	4.265	5.594	2.355	2.911	3.981	3.048	3.738	5.074
11	2.737	3.259	4.277	3.397	4.045	5.308	2.275	2.815	3.852	2.898	3.556	4.829
12	2.655	3.162	4.150	3.250	3.870	5.079	2.210	2.736	3.747	2.777	3.410	4.633
13	2.587	3.081	4.044	3.130	3.727	4.893	2.155	2.671	3.659	2.677	3.290	4.472
14	2.529	3.012	3.955	3.029	3.608	4.737	2.109	2.615	3.585	2.593	3.189	4.337
15	2.480	2.954	3.878	2.945	3.507	4.605	2.068	2.566	3.520	2.522	3.102	4.222
16	2.437	2.903	3.812	2.872	3.421	4.492	2.033	2.524	3.464	2.460	3.028	4.123
17	2.400	2.858	3.754	2.808	3.345	4.393	2.002	2.486	3.414	2.405	2.963	4.037
18	2.366	2.819	3.702	2.753	3.279	4.307	1.974	2.453	3.370	2.357	2.905	3.960
19	2.337	2.784	3.656	2.703	3.221	4.230	1.949	2.423	3.331	2.314	2.854	3.892
20	2.310	2.752	3.615	2.659	3.168	4.161	1.926	2.396	3.295	2.276	2.808	3.832
25	2.208	2.631	3.457	2.494	2.972	3.904	1.838	2.292	3.158	2.129	2.633	3.601
30	2.140	2.549	3.350	2.385	2.841	3.733	1.777	2.220	3.064	2.030	2.516	3.447
35	2.090	2.490	3.272	2.306	2.748	3.611	1.732	2.167	2.995	1.957	2.430	3.334
40	2.052	2.445	3.213	2.247	2.677	3.518	1.697	2.126	2.941	1.902	2.364	3.249
45	2.021	2.408	3.165	2.200	2.621	3.444	1.669	2.092	2.898	1.857	2.312	3.180
50	1.996	2.379	3.126	2.162	2.576	3.385	1.646	2.065	2.863	1.821	2.269	3.125
60	1.938	2.333	3.066	2.103	2.506	3.293	1.609	2.022	2.807	1.764	2.202	3.038
70	1.929	2.299	3.021	2.060	2.454	3.225	1.581	1.990	2.765	1.722	2.153	2.974
80	1.907	2.272	2.986	2.026	2.414	3.173	1.559	1.965	2.733	1.688	2.114	2.924
90	1.889	2.251	2.958	1.999	2.382	3.130	1.542	1.944	2.706	1.661	2.082	2.883
100	1.874	2.233	2.934	1.977	2.355	3.096	1.527	1.927	2.684	1.639	2.056	2.850
150	1.825	2.175	2.859	1.905	2.270	2.983	1.478	1.870	2.611	1.566	1.971	2.741
200	1.798	2.143	2.816	1.865	2.222	2.921	1.450	1.837	2.570	1.524	1.923	2.679
250	1.780	2.121	2.788	1.839	2.191	2.880	1.431	1.815	2.542	1.496	1.891	2.638
300	1.767	2.106	2.767	1.820	2.169	2.850	1.417	1.800	2.522	1.476	1.868	2.608
∞	1.645	1.960	2.576	1.645	1.960	2.576	1.282	1.645	2.326	1.282	1.645	2.326

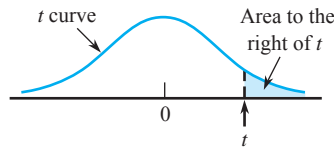
Table A.7 Critical Values for Chi-Squared Distributions



ν	α									
	.995	.99	.975	.95	.90	.10	.05	.025	.01	.005
1	0.000	0.000	0.001	0.004	0.016	2.706	3.843	5.025	6.637	7.882
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.992	7.378	9.210	10.597
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.344	12.837
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.070	12.832	15.085	16.748
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	10.645	12.592	14.440	16.812	18.548
7	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	12.017	14.067	16.012	18.474	20.276
8	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	13.362	15.507	17.534	20.090	21.954
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	14.684	16.919	19.022	21.665	23.587
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	17.275	19.675	21.920	24.724	26.755
12	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300
13	3.565	4.107	5.009	5.892	7.041	19.812	22.362	24.735	27.687	29.817
14	4.075	4.660	5.629	6.571	7.790	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319
15	4.600	5.229	6.262	7.261	8.547	22.307	24.996	27.488	30.577	32.799
16	5.142	5.812	6.908	7.962	9.312	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267
17	5.697	6.407	7.564	8.682	10.085	24.769	27.587	30.190	33.408	35.716
18	6.265	7.015	8.231	9.390	10.865	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.843	7.632	8.906	10.117	11.651	27.203	30.143	32.852	36.190	38.580
20	7.434	8.260	9.591	10.851	12.443	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997
21	8.033	8.897	10.283	11.591	13.240	29.615	32.670	35.478	38.930	41.399
22	8.643	9.542	10.982	12.338	14.042	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796
23	9.260	10.195	11.688	13.090	14.848	32.007	35.172	38.075	41.637	44.179
24	9.886	10.856	12.401	13.848	15.659	33.196	36.415	39.364	42.980	45.558
25	10.519	11.523	13.120	14.611	16.473	34.381	37.652	40.646	44.313	46.925
26	11.160	12.198	13.844	15.379	17.292	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290
27	11.807	12.878	14.573	16.151	18.114	36.741	40.113	43.194	46.962	49.642
28	12.461	13.565	15.308	16.928	18.939	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993
29	13.120	14.256	16.147	17.708	19.768	39.087	42.557	45.772	49.586	52.333
30	13.787	14.954	16.971	18.493	20.599	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672
31	14.457	15.655	17.538	19.280	21.433	41.422	44.985	48.231	52.190	55.000
32	15.134	16.362	18.291	20.072	22.271	42.585	46.194	49.480	53.486	56.328
33	15.814	17.073	19.046	20.866	23.110	43.745	47.400	50.724	54.774	57.646
34	16.501	17.789	19.806	21.664	23.952	44.903	48.602	51.966	56.061	58.964
35	17.191	18.508	20.569	22.465	24.796	46.059	49.802	53.203	57.340	60.272
36	17.887	19.233	21.336	23.269	25.643	47.212	50.998	54.437	58.619	61.581
37	18.584	19.960	22.105	24.075	26.492	48.363	52.192	55.667	59.891	62.880
38	19.289	20.691	22.878	24.884	27.343	49.513	53.384	56.896	61.162	64.181
39	19.994	21.425	23.654	25.695	28.196	50.660	54.572	58.119	62.426	65.473
40	20.706	22.164	24.433	26.509	29.050	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766

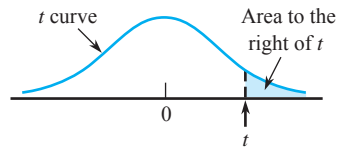
For $\nu > 40$, $\chi^2_{\alpha, \nu} \approx \nu \left(1 - \frac{2}{9\nu} + z_{\alpha} \sqrt{\frac{2}{9\nu}} \right)^3$

Table A.8 *t* Curve Tail Areas



<i>t</i> \ <i>v</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0.0	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500
0.1	.468	.465	.463	.463	.462	.462	.462	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461
0.2	.437	.430	.427	.426	.425	.424	.424	.423	.423	.423	.423	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.422
0.3	.407	.396	.392	.390	.388	.387	.386	.386	.386	.385	.385	.385	.384	.384	.384	.384	.384	.384
0.4	.379	.364	.358	.355	.353	.352	.351	.350	.349	.349	.348	.348	.348	.347	.347	.347	.347	.347
0.5	.352	.333	.326	.322	.319	.317	.316	.315	.315	.314	.313	.313	.313	.312	.312	.312	.312	.312
0.6	.328	.305	.295	.290	.287	.285	.284	.283	.282	.281	.280	.280	.279	.279	.279	.278	.278	.278
0.7	.306	.278	.267	.261	.258	.255	.253	.252	.251	.250	.249	.249	.248	.247	.247	.247	.247	.246
0.8	.285	.254	.241	.234	.230	.227	.225	.223	.222	.221	.220	.220	.219	.218	.218	.218	.217	.217
0.9	.267	.232	.217	.210	.205	.201	.199	.197	.196	.195	.194	.193	.192	.191	.191	.191	.190	.190
1.0	.250	.211	.196	.187	.182	.178	.175	.173	.172	.170	.169	.169	.168	.167	.167	.166	.166	.165
1.1	.235	.193	.176	.167	.162	.157	.154	.152	.150	.149	.147	.146	.146	.144	.144	.144	.143	.143
1.2	.221	.177	.158	.148	.142	.138	.135	.132	.130	.129	.128	.127	.126	.124	.124	.124	.123	.123
1.3	.209	.162	.142	.132	.125	.121	.117	.115	.113	.111	.110	.109	.108	.107	.107	.106	.105	.105
1.4	.197	.148	.128	.117	.110	.106	.102	.100	.098	.096	.095	.093	.092	.091	.091	.090	.090	.089
1.5	.187	.136	.115	.104	.097	.092	.089	.086	.084	.082	.081	.080	.079	.077	.077	.077	.076	.075
1.6	.178	.125	.104	.092	.085	.080	.077	.074	.072	.070	.069	.068	.067	.065	.065	.065	.064	.064
1.7	.169	.116	.094	.082	.075	.070	.065	.064	.062	.060	.059	.057	.056	.055	.055	.054	.054	.053
1.8	.161	.107	.085	.073	.066	.061	.057	.055	.053	.051	.050	.049	.048	.046	.046	.045	.045	.044
1.9	.154	.099	.077	.065	.058	.053	.050	.047	.045	.043	.042	.041	.040	.038	.038	.038	.037	.037
2.0	.148	.092	.070	.058	.051	.046	.043	.040	.038	.037	.035	.034	.033	.032	.032	.031	.031	.030
2.1	.141	.085	.063	.052	.045	.040	.037	.034	.033	.031	.030	.029	.028	.027	.027	.026	.025	.025
2.2	.136	.079	.058	.046	.040	.035	.032	.029	.028	.026	.025	.024	.023	.022	.022	.021	.021	.021
2.3	.131	.074	.052	.041	.035	.031	.027	.025	.023	.022	.021	.020	.019	.018	.018	.018	.017	.017
2.4	.126	.069	.048	.037	.031	.027	.024	.022	.020	.019	.018	.017	.016	.015	.015	.014	.014	.014
2.5	.121	.065	.044	.033	.027	.023	.020	.018	.017	.016	.015	.014	.013	.012	.012	.012	.011	.011
2.6	.117	.061	.040	.030	.024	.020	.018	.016	.014	.013	.012	.012	.011	.010	.010	.010	.009	.009
2.7	.113	.057	.037	.027	.021	.018	.015	.014	.012	.011	.010	.010	.009	.008	.008	.008	.008	.007
2.8	.109	.054	.034	.024	.019	.016	.013	.012	.010	.009	.009	.008	.008	.007	.007	.006	.006	.006
2.9	.106	.051	.031	.022	.017	.014	.011	.010	.009	.008	.007	.007	.006	.005	.005	.005	.005	.005
3.0	.102	.048	.029	.020	.015	.012	.010	.009	.007	.007	.006	.006	.005	.004	.004	.004	.004	.004
3.1	.099	.045	.027	.018	.013	.011	.009	.007	.006	.006	.005	.005	.004	.004	.004	.003	.003	.003
3.2	.096	.043	.025	.016	.012	.009	.008	.006	.005	.005	.004	.004	.003	.003	.003	.003	.003	.002
3.3	.094	.040	.023	.015	.011	.008	.007	.005	.005	.004	.004	.003	.003	.002	.002	.002	.002	.002
3.4	.091	.038	.021	.014	.010	.007	.006	.005	.004	.003	.003	.003	.002	.002	.002	.002	.002	.002
3.5	.089	.036	.020	.012	.009	.006	.005	.004	.003	.003	.002	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001
3.6	.086	.035	.018	.011	.008	.006	.004	.004	.003	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001
3.7	.084	.033	.017	.010	.007	.005	.004	.003	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001
3.8	.082	.031	.016	.010	.006	.004	.003	.003	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001
3.9	.080	.030	.015	.009	.006	.004	.003	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001
4.0	.078	.029	.014	.008	.005	.004	.003	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.000	.000

(continued)

Table A.8 *t* Curve Tail Areas (cont.)

<i>t</i> \ <i>v</i>	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	35	40	60	120	$\infty (= z)$
0.0	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500
0.1	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.460	.460	.460	.460	.460
0.2	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.421	.421	.421	.421	.421	.421	.421	.421	.421
0.3	.384	.384	.384	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.382	.382
0.4	.347	.347	.347	.347	.346	.346	.346	.346	.346	.346	.346	.346	.346	.346	.345	.345	.345
0.5	.311	.311	.311	.311	.311	.311	.311	.311	.311	.310	.310	.310	.310	.310	.309	.309	.309
0.6	.278	.278	.278	.277	.277	.277	.277	.277	.277	.277	.277	.277	.276	.276	.275	.275	.274
0.7	.246	.246	.246	.246	.245	.245	.245	.245	.245	.245	.245	.245	.244	.244	.243	.243	.242
0.8	.217	.217	.216	.216	.216	.216	.216	.215	.215	.215	.215	.215	.215	.214	.213	.213	.212
0.9	.190	.189	.189	.189	.189	.189	.188	.188	.188	.188	.188	.188	.187	.187	.186	.185	.184
1.0	.165	.165	.164	.164	.164	.164	.163	.163	.163	.163	.163	.163	.162	.162	.161	.160	.159
1.1	.143	.142	.142	.142	.141	.141	.141	.141	.141	.140	.140	.140	.139	.139	.138	.137	.136
1.2	.122	.122	.122	.121	.121	.121	.121	.120	.120	.120	.120	.120	.119	.119	.117	.116	.115
1.3	.105	.104	.104	.104	.103	.103	.103	.103	.102	.102	.102	.102	.101	.101	.099	.098	.097
1.4	.089	.089	.088	.088	.087	.087	.087	.087	.086	.086	.086	.086	.085	.085	.083	.082	.081
1.5	.075	.075	.074	.074	.074	.073	.073	.073	.073	.072	.072	.072	.071	.071	.069	.068	.067
1.6	.063	.063	.062	.062	.062	.061	.061	.061	.061	.060	.060	.060	.059	.059	.057	.056	.055
1.7	.053	.052	.052	.052	.051	.051	.051	.051	.050	.050	.050	.050	.049	.048	.047	.046	.045
1.8	.044	.043	.043	.043	.042	.042	.042	.042	.042	.041	.041	.041	.040	.040	.038	.037	.036
1.9	.036	.036	.036	.035	.035	.035	.035	.034	.034	.034	.034	.034	.033	.032	.031	.030	.029
2.0	.030	.030	.029	.029	.029	.028	.028	.028	.028	.028	.027	.027	.027	.026	.025	.024	.023
2.1	.025	.024	.024	.024	.023	.023	.023	.023	.023	.022	.022	.022	.022	.021	.020	.019	.018
2.2	.020	.020	.020	.019	.019	.019	.019	.018	.018	.018	.018	.018	.017	.017	.016	.015	.014
2.3	.016	.016	.016	.016	.015	.015	.015	.015	.015	.015	.014	.014	.014	.013	.012	.012	.011
2.4	.013	.013	.013	.013	.012	.012	.012	.012	.012	.012	.012	.011	.011	.011	.010	.009	.008
2.5	.011	.011	.010	.010	.010	.010	.010	.010	.009	.009	.009	.009	.009	.008	.008	.007	.006
2.6	.009	.009	.008	.008	.008	.008	.008	.008	.007	.007	.007	.007	.007	.007	.006	.005	.005
2.7	.007	.007	.007	.007	.006	.006	.006	.006	.006	.006	.006	.006	.005	.005	.004	.004	.003
2.8	.006	.006	.005	.005	.005	.005	.005	.005	.005	.005	.005	.004	.004	.004	.003	.003	.003
2.9	.005	.004	.004	.004	.004	.004	.004	.004	.004	.004	.004	.003	.003	.003	.003	.002	.002
3.0	.004	.004	.003	.003	.003	.003	.003	.003	.003	.003	.003	.003	.002	.002	.002	.002	.001
3.1	.003	.003	.003	.003	.003	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001
3.2	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001
3.3	.002	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.000
3.4	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.000	.000	.000
3.5	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.000	.000	.000
3.6	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.000	.000	.000	.000	.000
3.7	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
3.8	.001	.001	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
3.9	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
4.0	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000

Table A.9 Critical Values for F Distributions

		$\nu_1 = \text{numerator df}$									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
$\nu_2 = \text{denominator df}$	1	.100	39.86	49.50	53.59	55.83	57.24	58.20	58.91	59.44	59.86
		.050	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54
		.010	4052.20	4999.50	5403.40	5624.60	5763.60	5859.00	5928.40	5981.10	6022.50
		.001	405,284	500,000	540,379	562,500	576,405	585,937	592,873	598,144	602,284
	2	.100	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38
		.050	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38
		.010	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39
		.001	998.50	999.00	999.17	999.25	999.30	999.33	999.36	999.37	999.39
	3	.100	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24
		.050	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81
		.010	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35
		.001	167.03	148.50	141.11	137.10	134.58	132.85	131.58	130.62	129.86
	4	.100	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94
		.050	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00
		.010	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66
		.001	74.14	61.25	56.18	53.44	51.71	50.53	49.66	49.00	48.47
	5	.100	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32
		.050	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77
		.010	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16
		.001	47.18	37.12	33.20	31.09	29.75	28.83	28.16	27.65	27.24
	6	.100	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96
		.050	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10
		.010	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98
		.001	35.51	27.00	23.70	21.92	20.80	20.03	19.46	19.03	18.69
	7	.100	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72
		.050	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68
		.010	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72
		.001	29.25	21.69	18.77	17.20	16.21	15.52	15.02	14.63	14.33
	8	.100	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56
		.050	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39
		.010	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91
		.001	25.41	18.49	15.83	14.39	13.48	12.86	12.40	12.05	11.77
	9	.100	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44
		.050	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18
		.010	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35
		.001	22.86	16.39	13.90	12.56	11.71	11.13	10.70	10.37	10.11
	10	.100	3.29	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35
		.050	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02
		.010	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94
		.001	21.04	14.91	12.55	11.28	10.48	9.93	9.52	9.20	8.96
	11	.100	3.23	2.86	2.66	2.54	2.45	2.39	2.34	2.30	2.27
		.050	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90
		.010	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63
		.001	19.69	13.81	11.56	10.35	9.58	9.05	8.66	8.35	8.12
	12	.100	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21
		.050	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80
		.010	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39
		.001	18.64	12.97	10.80	9.63	8.89	8.38	8.00	7.71	7.48

(continued)

Table A.9 Critical Values for F Distributions (cont.)

$\nu_1 = \text{numerator df}$										
10	12	15	20	25	30	40	50	60	120	1000
60.19	60.71	61.22	61.74	62.05	62.26	62.53	62.69	62.79	63.06	63.30
241.88	243.91	245.95	248.01	249.26	250.10	251.14	251.77	252.20	253.25	254.19
6055.80	6106.30	6157.30	6208.70	6239.80	6260.60	6286.80	6302.50	6313.00	6339.40	6362.70
605,621	610,668	615,764	620,908	624,017	626,099	628,712	630,285	631,337	633,972	636,301
9.39	9.41	9.42	9.44	9.45	9.46	9.47	9.47	9.47	9.48	9.49
19.40	19.41	19.43	19.45	19.46	19.46	19.47	19.48	19.48	19.49	19.49
99.40	99.42	99.43	99.45	99.46	99.47	99.47	99.48	99.48	99.49	99.50
999.40	999.42	999.43	999.45	999.46	999.47	999.47	999.48	999.48	999.49	999.50
5.23	5.22	5.20	5.18	5.17	5.17	5.16	5.15	5.15	5.14	5.13
8.79	8.74	8.70	8.66	8.63	8.62	8.59	8.58	8.57	8.55	8.53
27.23	27.05	26.87	26.69	26.58	26.50	26.41	26.35	26.32	26.22	26.14
129.25	128.32	127.37	126.42	125.84	125.45	124.96	124.66	124.47	123.97	123.53
3.92	3.90	3.87	3.84	3.83	3.82	3.80	3.80	3.79	3.78	3.76
5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.70	5.69	5.66	5.63
14.55	14.37	14.20	14.02	13.91	13.84	13.75	13.69	13.65	13.56	13.47
48.05	47.41	46.76	46.10	45.70	45.43	45.09	44.88	44.75	44.40	44.09
3.30	3.27	3.24	3.21	3.19	3.17	3.16	3.15	3.14	3.12	3.11
4.74	4.68	4.62	4.56	4.52	4.50	4.46	4.44	4.43	4.40	4.37
10.05	9.89	9.72	9.55	9.45	9.38	9.29	9.24	9.20	9.11	9.03
26.92	26.42	25.91	25.39	25.08	24.87	24.60	24.44	24.33	24.06	23.82
2.94	2.90	2.87	2.84	2.81	2.80	2.78	2.77	2.76	2.74	2.72
4.06	4.00	3.94	3.87	3.83	3.81	3.77	3.75	3.74	3.70	3.67
7.87	7.72	7.56	7.40	7.30	7.23	7.14	7.09	7.06	6.97	6.89
18.41	17.99	17.56	17.12	16.85	16.67	16.44	16.31	16.21	15.98	15.77
2.70	2.67	2.63	2.59	2.57	2.56	2.54	2.52	2.51	2.49	2.47
3.64	3.57	3.51	3.44	3.40	3.38	3.34	3.32	3.30	3.27	3.23
6.62	6.47	6.31	6.16	6.06	5.99	5.91	5.86	5.82	5.74	5.66
14.08	13.71	13.32	12.93	12.69	12.53	12.33	12.20	12.12	11.91	11.72
2.54	2.50	2.46	2.42	2.40	2.38	2.36	2.35	2.34	2.32	2.30
3.35	3.28	3.22	3.15	3.11	3.08	3.04	3.02	3.01	2.97	2.93
5.81	5.67	5.52	5.36	5.26	5.20	5.12	5.07	5.03	4.95	4.87
11.54	11.19	10.84	10.48	10.26	10.11	9.92	9.80	9.73	9.53	9.36
2.42	2.38	2.34	2.30	2.27	2.25	2.23	2.22	2.21	2.18	2.16
3.14	3.07	3.01	2.94	2.89	2.86	2.83	2.80	2.79	2.75	2.71
5.26	5.11	4.96	4.81	4.71	4.65	4.57	4.52	4.48	4.40	4.32
9.89	9.57	9.24	8.90	8.69	8.55	8.37	8.26	8.19	8.00	7.84
2.32	2.28	2.24	2.20	2.17	2.16	2.13	2.12	2.11	2.08	2.06
2.98	2.91	2.85	2.77	2.73	2.70	2.66	2.64	2.62	2.58	2.54
4.85	4.71	4.56	4.41	4.31	4.25	4.17	4.12	4.08	4.00	3.92
8.75	8.45	8.13	7.80	7.60	7.47	7.30	7.19	7.12	6.94	6.78
2.25	2.21	2.17	2.12	2.10	2.08	2.05	2.04	2.03	2.00	1.98
2.85	2.79	2.72	2.65	2.60	2.57	2.53	2.51	2.49	2.45	2.41
4.54	4.40	4.25	4.10	4.01	3.94	3.86	3.81	3.78	3.69	3.61
7.92	7.63	7.32	7.01	6.81	6.68	6.52	6.42	6.35	6.18	6.02
2.19	2.15	2.10	2.06	2.03	2.01	1.99	1.97	1.96	1.93	1.91
2.75	2.69	2.62	2.54	2.50	2.47	2.43	2.40	2.38	2.34	2.30
4.30	4.16	4.01	3.86	3.76	3.70	3.62	3.57	3.54	3.45	3.37
7.29	7.00	6.71	6.40	6.22	6.09	5.93	5.83	5.76	5.59	5.44

(continued)

Table A.9 Critical Values for F Distributions (cont.)

		$\nu_1 = \text{numerator df}$									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
$\nu_2 = \text{denominator df}$	α										
	13	.100	3.14	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.23	2.20	2.16
		.050	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71
		.010	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19
		.001	17.82	12.31	10.21	9.07	8.35	7.86	7.49	7.21	6.98
	14	.100	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12
		.050	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65
		.010	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03
		.001	17.14	11.78	9.73	8.62	7.92	7.44	7.08	6.80	6.58
	15	.100	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09
		.050	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59
		.010	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89
		.001	16.59	11.34	9.34	8.25	7.57	7.09	6.74	6.47	6.26
	16	.100	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.09	2.06
		.050	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54
		.010	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78
		.001	16.12	10.97	9.01	7.94	7.27	6.80	6.46	6.19	5.98
	17	.100	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.10	2.06	2.03
		.050	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49
		.010	8.40	6.11	5.19	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68
		.001	15.72	10.66	8.73	7.68	7.02	6.56	6.22	5.96	5.75
	18	.100	3.01	2.62	2.42	2.29	2.20	2.13	2.08	2.04	2.00
		.050	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46
		.010	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60
.001		15.38	10.39	8.49	7.46	6.81	6.35	6.02	5.76	5.56	
19	.100	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.06	2.02	1.98	
	.050	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	
	.010	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	
	.001	15.08	10.16	8.28	7.27	6.62	6.18	5.85	5.59	5.39	
20	.100	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96	
	.050	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	
	.010	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	
	.001	14.82	9.95	8.10	7.10	6.46	6.02	5.69	5.44	5.24	
21	.100	2.96	2.57	2.36	2.23	2.14	2.08	2.02	1.98	1.95	
	.050	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	
	.010	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	
	.001	14.59	9.77	7.94	6.95	6.32	5.88	5.56	5.31	5.11	
22	.100	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.06	2.01	1.97	1.93	
	.050	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	
	.010	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	
	.001	14.38	9.61	7.80	6.81	6.19	5.76	5.44	5.19	4.99	
23	.100	2.94	2.55	2.34	2.21	2.11	2.05	1.99	1.95	1.92	
	.050	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	
	.010	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	
	.001	14.20	9.47	7.67	6.70	6.08	5.65	5.33	5.09	4.89	
24	.100	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91	
	.050	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	
	.010	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	
	.001	14.03	9.34	7.55	6.59	5.98	5.55	5.23	4.99	4.80	

(continued)

Table A.9 Critical Values for F Distributions (cont.)

$\nu_1 = \text{numerator df}$										
10	12	15	20	25	30	40	50	60	120	1000
2.14	2.10	2.05	2.01	1.98	1.96	1.93	1.92	1.90	1.88	1.85
2.67	2.60	2.53	2.46	2.41	2.38	2.34	2.31	2.30	2.25	2.21
4.10	3.96	3.82	3.66	3.57	3.51	3.43	3.38	3.34	3.25	3.18
6.80	6.52	6.23	5.93	5.75	5.63	5.47	5.37	5.30	5.14	4.99
2.10	2.05	2.01	1.96	1.93	1.91	1.89	1.87	1.86	1.83	1.80
2.60	2.53	2.46	2.39	2.34	2.31	2.27	2.24	2.22	2.18	2.14
3.94	3.80	3.66	3.51	3.41	3.35	3.27	3.22	3.18	3.09	3.02
6.40	6.13	5.85	5.56	5.38	5.25	5.10	5.00	4.94	4.77	4.62
2.06	2.02	1.97	1.92	1.89	1.87	1.85	1.83	1.82	1.79	1.76
2.54	2.48	2.40	2.33	2.28	2.25	2.20	2.18	2.16	2.11	2.07
3.80	3.67	3.52	3.37	3.28	3.21	3.13	3.08	3.05	2.96	2.88
6.08	5.81	5.54	5.25	5.07	4.95	4.80	4.70	4.64	4.47	4.33
2.03	1.99	1.94	1.89	1.86	1.84	1.81	1.79	1.78	1.75	1.72
2.49	2.42	2.35	2.28	2.23	2.19	2.15	2.12	2.11	2.06	2.02
3.69	3.55	3.41	3.26	3.16	3.10	3.02	2.97	2.93	2.84	2.76
5.81	5.55	5.27	4.99	4.82	4.70	4.54	4.45	4.39	4.23	4.08
2.00	1.96	1.91	1.86	1.83	1.81	1.78	1.76	1.75	1.72	1.69
2.45	2.38	2.31	2.23	2.18	2.15	2.10	2.08	2.06	2.01	1.97
3.59	3.46	3.31	3.16	3.07	3.00	2.92	2.87	2.83	2.75	2.66
5.58	5.32	5.05	4.78	4.60	4.48	4.33	4.24	4.18	4.02	3.87
1.98	1.93	1.89	1.84	1.80	1.78	1.75	1.74	1.72	1.69	1.66
2.41	2.34	2.27	2.19	2.14	2.11	2.06	2.04	2.02	1.97	1.92
3.51	3.37	3.23	3.08	2.98	2.92	2.84	2.78	2.75	2.66	2.58
5.39	5.13	4.87	4.59	4.42	4.30	4.15	4.06	4.00	3.84	3.69
1.96	1.91	1.86	1.81	1.78	1.76	1.73	1.71	1.70	1.67	1.64
2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	2.00	1.98	1.93	1.88
3.43	3.30	3.15	3.00	2.91	2.84	2.76	2.71	2.67	2.58	2.50
5.22	4.97	4.70	4.43	4.26	4.14	3.99	3.90	3.84	3.68	3.53
1.94	1.89	1.84	1.79	1.76	1.74	1.71	1.69	1.68	1.64	1.61
2.35	2.28	2.20	2.12	2.07	2.04	1.99	1.97	1.95	1.90	1.85
3.37	3.23	3.09	2.94	2.84	2.78	2.69	2.64	2.61	2.52	2.43
5.08	4.82	4.56	4.29	4.12	4.00	3.86	3.77	3.70	3.54	3.40
1.92	1.87	1.83	1.78	1.74	1.72	1.69	1.67	1.66	1.62	1.59
2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.94	1.92	1.87	1.82
3.31	3.17	3.03	2.88	2.79	2.72	2.64	2.58	2.55	2.46	2.37
4.95	4.70	4.44	4.17	4.00	3.88	3.74	3.64	3.58	3.42	3.28
1.90	1.86	1.81	1.76	1.73	1.70	1.67	1.65	1.64	1.60	1.57
2.30	2.23	2.15	2.07	2.02	1.98	1.94	1.91	1.89	1.84	1.79
3.26	3.12	2.98	2.83	2.73	2.67	2.58	2.53	2.50	2.40	2.32
4.83	4.58	4.33	4.06	3.89	3.78	3.63	3.54	3.48	3.32	3.17
1.89	1.84	1.80	1.74	1.71	1.69	1.66	1.64	1.62	1.59	1.55
2.27	2.20	2.13	2.05	2.00	1.96	1.91	1.88	1.86	1.81	1.76
3.21	3.07	2.93	2.78	2.69	2.62	2.54	2.48	2.45	2.35	2.27
4.73	4.48	4.23	3.96	3.79	3.68	3.53	3.44	3.38	3.22	3.08
1.88	1.83	1.78	1.73	1.70	1.67	1.64	1.62	1.61	1.57	1.54
2.25	2.18	2.11	2.03	1.97	1.94	1.89	1.86	1.84	1.79	1.74
3.17	3.03	2.89	2.74	2.64	2.58	2.49	2.44	2.40	2.31	2.22
4.64	4.39	4.14	3.87	3.71	3.59	3.45	3.36	3.29	3.14	2.99

(continued)

Table A.9 Critical Values for F Distributions (cont.)

		$\nu_1 = \text{numerator df}$									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
$\nu_2 = \text{denominator df}$	α										
	25	.100	2.92	2.53	2.32	2.18	2.09	2.02	1.97	1.93	1.89
		.050	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28
		.010	7.77	5.57	4.68	4.18	3.85	3.63	3.46	3.32	3.22
		.001	13.88	9.22	7.45	6.49	5.89	5.46	5.15	4.91	4.71
	26	.100	2.91	2.52	2.31	2.17	2.08	2.01	1.96	1.92	1.88
		.050	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27
		.010	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18
		.001	13.74	9.12	7.36	6.41	5.80	5.38	5.07	4.83	4.64
	27	.100	2.90	2.51	2.30	2.17	2.07	2.00	1.95	1.91	1.87
		.050	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25
		.010	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15
		.001	13.61	9.02	7.27	6.33	5.73	5.31	5.00	4.76	4.57
	28	.100	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.90	1.87
		.050	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24
		.010	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12
		.001	13.50	8.93	7.19	6.25	5.66	5.24	4.93	4.69	4.50
	29	.100	2.89	2.50	2.28	2.15	2.06	1.99	1.93	1.89	1.86
		.050	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22
		.010	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09
.001		13.39	8.85	7.12	6.19	5.59	5.18	4.87	4.64	4.45	
30	.100	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85	
	.050	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	
	.010	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	
	.001	13.29	8.77	7.05	6.12	5.53	5.12	4.82	4.58	4.39	
40	.100	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83	1.79	
	.050	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	
	.010	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	
	.001	12.61	8.25	6.59	5.70	5.13	4.73	4.44	4.21	4.02	
50	.100	2.81	2.41	2.20	2.06	1.97	1.90	1.84	1.80	1.76	
	.050	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	
	.010	7.17	5.06	4.20	3.72	3.41	3.19	3.02	2.89	2.78	
	.001	12.22	7.96	6.34	5.46	4.90	4.51	4.22	4.00	3.82	
60	.100	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74	
	.050	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	
	.010	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	
	.001	11.97	7.77	6.17	5.31	4.76	4.37	4.09	3.86	3.69	
100	.100	2.76	2.36	2.14	2.00	1.91	1.83	1.78	1.73	1.69	
	.050	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.97	
	.010	6.90	4.82	3.98	3.51	3.21	2.99	2.82	2.69	2.59	
	.001	11.50	7.41	5.86	5.02	4.48	4.11	3.83	3.61	3.44	
200	.100	2.73	2.33	2.11	1.97	1.88	1.80	1.75	1.70	1.66	
	.050	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.93	
	.010	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.50	
	.001	11.15	7.15	5.63	4.81	4.29	3.92	3.65	3.43	3.26	
1000	.100	2.71	2.31	2.09	1.95	1.85	1.78	1.72	1.68	1.64	
	.050	3.85	3.00	2.61	2.38	2.22	2.11	2.02	1.95	1.89	
	.010	6.66	4.63	3.80	3.34	3.04	2.82	2.66	2.53	2.43	
	.001	10.89	6.96	5.46	4.65	4.14	3.78	3.51	3.30	3.13	

(continued)

Table A.9 Critical Values for F Distributions (cont.)

$\nu_1 = \text{numerator df}$										
10	12	15	20	25	30	40	50	60	120	1000
1.87	1.82	1.77	1.72	1.68	1.66	1.63	1.61	1.59	1.56	1.52
2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.84	1.82	1.77	1.72
3.13	2.99	2.85	2.70	2.60	2.54	2.45	2.40	2.36	2.27	2.18
4.56	4.31	4.06	3.79	3.63	3.52	3.37	3.28	3.22	3.06	2.91
1.86	1.81	1.76	1.71	1.67	1.65	1.61	1.59	1.58	1.54	1.51
2.22	2.15	2.07	1.99	1.94	1.90	1.85	1.82	1.80	1.75	1.70
3.09	2.96	2.81	2.66	2.57	2.50	2.42	2.36	2.33	2.23	2.14
4.48	4.24	3.99	3.72	3.56	3.44	3.30	3.21	3.15	2.99	2.84
1.85	1.80	1.75	1.70	1.66	1.64	1.60	1.58	1.57	1.53	1.50
2.20	2.13	2.06	1.97	1.92	1.88	1.84	1.81	1.79	1.73	1.68
3.06	2.93	2.78	2.63	2.54	2.47	2.38	2.33	2.29	2.20	2.11
4.41	4.17	3.92	3.66	3.49	3.38	3.23	3.14	3.08	2.92	2.78
1.84	1.79	1.74	1.69	1.65	1.63	1.59	1.57	1.56	1.52	1.48
2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.79	1.77	1.71	1.66
3.03	2.90	2.75	2.60	2.51	2.44	2.35	2.30	2.26	2.17	2.08
4.35	4.11	3.86	3.60	3.43	3.32	3.18	3.09	3.02	2.86	2.72
1.83	1.78	1.73	1.68	1.64	1.62	1.58	1.56	1.55	1.51	1.47
2.18	2.10	2.03	1.94	1.89	1.85	1.81	1.77	1.75	1.70	1.65
3.00	2.87	2.73	2.57	2.48	2.41	2.33	2.27	2.23	2.14	2.05
4.29	4.05	3.80	3.54	3.38	3.27	3.12	3.03	2.97	2.81	2.66
1.82	1.77	1.72	1.67	1.63	1.61	1.57	1.55	1.54	1.50	1.46
2.16	2.09	2.01	1.93	1.88	1.84	1.79	1.76	1.74	1.68	1.63
2.98	2.84	2.70	2.55	2.45	2.39	2.30	2.25	2.21	2.11	2.02
4.24	4.00	3.75	3.49	3.33	3.22	3.07	2.98	2.92	2.76	2.61
1.76	1.71	1.66	1.61	1.57	1.54	1.51	1.48	1.47	1.42	1.38
2.08	2.00	1.92	1.84	1.78	1.74	1.69	1.66	1.64	1.58	1.52
2.80	2.66	2.52	2.37	2.27	2.20	2.11	2.06	2.02	1.92	1.82
3.87	3.64	3.40	3.14	2.98	2.87	2.73	2.64	2.57	2.41	2.25
1.73	1.68	1.63	1.57	1.53	1.50	1.46	1.44	1.42	1.38	1.33
2.03	1.95	1.87	1.78	1.73	1.69	1.63	1.60	1.58	1.51	1.45
2.70	2.56	2.42	2.27	2.17	2.10	2.01	1.95	1.91	1.80	1.70
3.67	3.44	3.20	2.95	2.79	2.68	2.53	2.44	2.38	2.21	2.05
1.71	1.66	1.60	1.54	1.50	1.48	1.44	1.41	1.40	1.35	1.30
1.99	1.92	1.84	1.75	1.69	1.65	1.59	1.56	1.53	1.47	1.40
2.63	2.50	2.35	2.20	2.10	2.03	1.94	1.88	1.84	1.73	1.62
3.54	3.32	3.08	2.83	2.67	2.55	2.41	2.32	2.25	2.08	1.92
1.66	1.61	1.56	1.49	1.45	1.42	1.38	1.35	1.34	1.28	1.22
1.93	1.85	1.77	1.68	1.62	1.57	1.52	1.48	1.45	1.38	1.30
2.50	2.37	2.22	2.07	1.97	1.89	1.80	1.74	1.69	1.57	1.45
3.30	3.07	2.84	2.59	2.43	2.32	2.17	2.08	2.01	1.83	1.64
1.63	1.58	1.52	1.46	1.41	1.38	1.34	1.31	1.29	1.23	1.16
1.88	1.80	1.72	1.62	1.56	1.52	1.46	1.41	1.39	1.30	1.21
2.41	2.27	2.13	1.97	1.87	1.79	1.69	1.63	1.58	1.45	1.30
3.12	2.90	2.67	2.42	2.26	2.15	2.00	1.90	1.83	1.64	1.43
1.61	1.55	1.49	1.43	1.38	1.35	1.30	1.27	1.25	1.18	1.08
1.84	1.76	1.68	1.58	1.52	1.47	1.41	1.36	1.33	1.24	1.11
2.34	2.20	2.06	1.90	1.79	1.72	1.61	1.54	1.50	1.35	1.16
2.99	2.77	2.54	2.30	2.14	2.02	1.87	1.77	1.69	1.49	1.22

This question paper contains 16+8 printed pages+11 Tables] 2018

Roll No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

S. No. of Question Paper : 2486

Unique Paper Code : 12271303 JC

Name of the Paper : Statistical Methods for Economics

Name of the Course : B.A. (H) Eco CBCS Core

Semester : III

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 75

(Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.)

Note :— Answers may be written *either* in English *or* in Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

टिप्पणी :—इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिन्दी किसी एक भाषा में दीजिए; लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

Attempt *All* sections.

Candidates are allowed to use simple calculators.

सभी खण्डों के उत्तर दीजिए।

परीक्षार्थियों को साधारण कैलकुलेटर का उपयोग करने की अनुमति है।

P.T.O.

Section A

(खण्ड 'अ')

Question No. 1 is compulsory. Attempt any *one* from Question

Nos. 2 and 3.

प्रश्न 1 अनिवार्य है। प्रश्न 2 व 3 में से किसी एक का उत्तर दीजिए।

1. A box contains four red balls, five white balls and six blue balls.

Suppose that three balls are drawn randomly :

(i) What is the probability all three of the selected balls are of same colour.

(ii) If drawing a blue ball is considered a success, what is the probability that at least eight balls will be drawn to obtain a success ?

2+3

एक डिब्बे में चार लाल गेंदें हैं, पाँच सफेद गेंदें हैं तथा छः नीली गेंदें हैं। मान लीजिए कि तीन गेंदें यादृच्छिक रूप से (Randomly) निकाली जाती हैं :

(i) इस बात की प्रायिकता क्या है कि चुनी गई सभी तीन गेंदें एक ही रंग की हों।

(ii) यदि नीली गेंद का निकाला जाना एक सफलता मानी जाती है, तो इस बात की प्रायिकता क्या है कि सफलता प्राप्त करने हेतु कम से कम आठ गेंदें निकालनी जाएँगी ?

2. (a) A certain federal agency employs three consulting firms

(A, B and C) with probabilities 0.40, 0.35 and 0.25 respectively. From past experience it is known that the probabilities of cost overruns for the firms are 0.05, 0.03 and 0.15 respectively. Suppose a cost-overrun is experienced by the agency.

(i) What is the probability that the consulting firm involved is company C ?

(ii) What is the probability that it is company A ? 5

(b) (i) Differentiate between simple random sampling and stratified sampling.

(ii) How is sample variance different from population variance ? Explain using the concept of degrees of freedom.

2+3

P.T.O.

(a) एक संघीय एजेन्सी तीन परामर्शदात्री फर्मों (A, B व C) को नियुक्त करती है जिसकी प्रायिकताएँ क्रमशः 0.40, 0.35 व 0.25 हैं। पिछले अनुभव से यह ज्ञात है कि इन फर्मों हेतु लागत अनुमान से अधिक हो जाने (Cost overrun) की प्रायिकताएँ क्रमशः 0.05, 0.03 व 0.15 हैं। मान लीजिए कि एजेन्सी की लागत अनुमान से अधिक हो जाती है।

(i) इस बात की प्रायिकता क्या है कि सम्बन्धित परामर्शदात्री फर्म C है ?

(ii) इस बात की प्रायिकता क्या है कि सम्बन्धित फर्म A है ?

(b) (i) सरल यादृच्छिक प्रतिदर्शन (Simple random sampling) व स्तरीकृत प्रतिदर्शन (Stratified sampling) के मध्य अन्तर स्पष्ट कीजिए।

(ii) प्रतिदर्श प्रसरण (Sample variance) समष्टि प्रसरण (Population variance) से किस प्रकार भिन्न है ? स्वतन्त्र्य कोटियों (Degrees of freedom) की संकल्पना की सहायता से समझाइए।

3. (a) (i) How many ways are there to split a dozen people into 3 teams, where one team has 2 people, and the other two teams have 5 people each ?

(ii) How many ways are there to split a dozen people into 3 teams, where each team has 4 people ?

$2\frac{1}{2}+2\frac{1}{2}$

(b) Suppose a box contains five biased coins with probability of head as $0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ and 1 respectively. One coin is selected at random and tossed twice.

(i) What is the probability of obtaining tail on the first toss ?

(ii) If tail is obtained on first toss, what is the probability that another tail will be obtained on second toss ?

2+3

(a) (i) एक दर्जन लोगों को 3 टीमों में बाँटने के कितने तरीके हैं, यदि एक टीम में 2 लोग हैं तथा अन्य दो टीमों में से प्रत्येक में 5 लोग हैं ?

(ii) एक दर्जन लोगों को 3 टीमों में बाँटने के कितने तरीके हैं, यदि प्रत्येक टीम में 4 लोग हैं ?

(b) मान लीजिए कि एक डिब्बे में पाँच अभिन्न (biased) सिक्के हैं जिनमें चित (head) की प्रायिकताएँ क्रमशः $0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ व 1 हैं। एक सिक्का यादृच्छिक रूप से चुना जाता है तथा दो बार उछाला जाता है :

(i) प्रथम बार उछाले जाने पर पट (tail) आने की प्रायिकता क्या है ?

(ii) यदि प्रथम बार उछाले जाने पर पट आता है, तो इस बात की प्रायिकता क्या है कि दूसरी बार उछाले जाने पर भी पट ही जाएगा ?

SECTION B

(खण्ड 'ब')

Attempt any two from Questions Nos. 4, 5 and 6.

प्रश्नों 4, 5 व 6 में से किसी दो के उत्तर दीजिए।

4. (a) Check whether the following functions can serve as probability mass functions for discrete random variables :

$$(i) f(x) = \frac{x^2}{30} \text{ for } x = 1, 2, 3, 4$$

$$(ii) f(y) = \frac{2x}{k(k+1)} \text{ for } x = 1, 2, 3, \dots, k \quad 2+2$$

(b) Consider the cumulative distribution function for a continuous random variable X :

$$F(x) = 0 \quad \text{for } x < 0$$

$$= x^2 \quad \text{for } 0 \leq x < 1$$

$$= 1 \quad \text{for } x \geq 1$$

Find out :

$$(i) P\left(X \leq \frac{1}{2}\right)$$

$$(ii) P\left(\frac{2}{3} \leq X \leq 1\right)$$

$$(iii) P\left(X \geq \frac{3}{4}\right) \quad 2+2+2$$

(a) जाँच कीजिए कि क्या निम्नलिखित फलनों का उपयोग असंतत यादृच्छिक चरों (Discrete random variables) हेतु प्रायिकता पिण्ड फलन (Probability mass functions) के तौर पर किया जा सकता है :

$$(i) f(x) = \frac{x^2}{30}, x = 1, 2, 3, 4 \text{ हेतु}$$

$$(ii) f(y) = \frac{2x}{k(k+1)}, x = 1, 2, 3, \dots, k \text{ हेतु} \quad 2+2$$

(b) एक संतत यादृच्छिक चर (Continuous random variable)

X हेतु संचयी बाणटन फलन (Cumulative distribution function) ज्ञात कीजिए :

$$F(x) = 0 \quad x < 0 \text{ हेतु}$$

$$= x^2 \quad 0 \leq x < 1 \text{ हेतु}$$

$$= 1 \quad x \geq 1 \text{ हेतु}$$

निम्नलिखित को ज्ञात कीजिए :

(i) $P\left(X \leq \frac{1}{2}\right)$

(ii) $P\left(\frac{2}{3} \leq X \leq 1\right)$

(iii) $P\left(X \geq \frac{3}{4}\right)$

5. (a) A bookstore purchases a book at Rs. 50 and sells at Rs. 80. Let X = number of books sold on a given day and suppose pmf of X is :

X	P(x)
0	0.05
1	0.1
2	0.2

3	0.15
4	0.24
5	0.2
6	0.06

- (i) Compute the expected numbers of books sold on a given day.

- (ii) Suppose the shopkeeper stocks 6 books on a given day and the book not sold by the end of the day is returned at Rs. 30, find the expected net revenue. 3+3

- (b) In a production facility, the assembly time of product ABC may be looked upon as a random variable with average time taken as 35.4 minutes and standard deviation of 2.5 minutes. Find the probability that the assembly time of one of the units of product ABC will be : 2+2
- (i) at least 36 minutes
- (ii) at most 33.4 minutes.

- (a) पुस्तकों की एक दुकान एक पुस्तक को 50 रुपये में खरीदती है व 80 रुपये में बेचती है। मान लीजिए कि $X =$ किसी दिन में बेची गई पुस्तकों की संख्या है तथा मान लीजिए कि X का pmf निम्न प्रकार है :

X	$P(x)$
0	0.05
1	0.1
2	0.2
3	0.15
4	0.24
5	0.2
6	0.06

- (i) किसी दिन में बेची गई पुस्तकों की प्रत्याशित (expected) संख्या ज्ञात कीजिए।
- (ii) मान लीजिए कि दुकानदार किसी दिन में 6 पुस्तकों का स्टॉक रखता है व दिन के अन्त में न बिकी पुस्तकों को 30 रुपये में लौटा दिया जाता है, तो प्रत्याशित निवल राजस्व (net revenue) ज्ञात कीजिए।

- (b) एक विनिर्माण संयंत्र में किसी उत्पाद ABC की समवेतन अवधि (Assembly time) को माध्य 35.4 मिनट व मानक विचलन 2.5 मिनट वाले एक यादृच्छिक चर के तौर पर देखा जा सकता है। इस बात की प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि उत्पाद ABC की एक इकाई हेतु समवेतन अवधि :
- (i) कम से कम 36 मिनट होगी
- (ii) अधिक से अधिक 33.4 मिनट होगी।
6. (a) Suppose that five people A, B, C, D and E are standing in a line in random order. Let X denotes the number of people standing between persons A and B. Find the probability distribution of X . 5
- (b) A social scientist claims that only 50% of all high school graduates who are capable of doing college work actually go to college. What is the probability that among 10 high

school graduates who are capable of doing college

work :

- (i) Exactly 4 go to the college
- (ii) Less than 6 go to the college. 5

- (a) मान लीजिए कि पाँच लोग A, B, C, D व E एक पंक्ति में यादृच्छिक क्रम में खड़े हैं। मान लीजिए कि X, व्यक्तियों A व B के मध्य खड़े लोगों की संख्या है। X का प्रायिकता बण्टन ज्ञात कीजिए।

- (b) एक सामाजिक वैज्ञानिक का दावा है कि कॉलेज का कार्य करने में सक्षम हाई स्कूल उत्तीर्ण लोगों में से 50% वास्तव में कॉलेज जाते हैं। इस बात की प्रायिकता क्या है कि कॉलेज का कार्य करने में सक्षम, हाई स्कूल उत्तीर्ण 10 लोगों में से :
- (i) ठीक 4 कॉलेज जाते हैं।
- (ii) 6 से कम कॉलेज जाते हैं।

SECTION C

(खण्ड 'स')

Attempt any two from Question Nos. 7, 8 and 9.

प्रश्न 7, 8 व 9 में से किसी दो के उत्तर दीजिए।

7. (a) A student takes up courses in Statistics and

Macroeconomics in his graduation programme. The proportion of correct answers in the exam of both courses is denoted by X and Y and the joint probability distribution of these random variables can be approximated with the joint probability density as follows :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2}{5}(2x + 3y) & \text{for } 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

Calculate :

- (i) The probability that the student answers more than 40 percent of the questions correctly in both the tests.
- (ii) The probability that he gets more than 80 percent answers correct in statistics and less than 50 percent answers correct in Macroeconomics. 2+2

- (b) The number of courses taken up by a student at a university has the following probability distribution :

Number of Courses	Probability
(X)	
1	0.2
2	0.6
3	0.2

Let X_1 and X_2 be the number of courses opted by two students and each have the same distribution as the population :

- (i) Determine the sampling distribution of

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2}{2}$$

- (ii) Determine expected value and variance of \bar{X} . 3+3

- (a) एक विद्यार्थी अपने स्नातक कार्यक्रम में सांख्यिकी (Statistics) व समष्टि अर्थशास्त्र (Macroeconomics) के पेपर लेता है। इन दो पेपरों में सही उत्तरों के अनुपातों

(Proportions) को क्रमशः X व Y से व्यक्त किया जाता है तथा इन यादृच्छिक चरों के संयुक्त प्रायिकता वण्डन को निम्नलिखित संयुक्त प्रायिकता घनत्व (Joint probability density) से सन्निकटित (Approximate) किया जा सकता है :

$$f(x, y) = \frac{2}{5}(2x + 3y) \quad 0 < x < 1, 0 < y < 1 \text{ हेतु}$$

$$= 0 \quad \text{अन्यत्र}$$

निम्नलिखित की गणना कीजिए :

- (i) इस बात की प्रायिकता कि विद्यार्थी दोनों परीक्षाओं में 40 प्रतिशत से अधिक प्रश्नों के सही उत्तर देता है।

- (ii) इस बात की प्रायिकता कि सांख्यिकी में उसके 80 प्रतिशत से अधिक उत्तर सही होते हैं तथा समष्टि अर्थशास्त्र में 50 प्रतिशत से कम उत्तर सही होते हैं।

(b) एक विद्यार्थी द्वारा एक विश्वविद्यालय में लिए गए पेपरों

की संख्या का निम्नलिखित प्रायिकता बण्टन है :

पेपरों की संख्या	प्रायिकता
(X)	
1	0.2
2	0.6
3	0.2

मान लीजिए कि दो विद्यार्थियों द्वारा लिए गए पेपरों की

संख्या X_1 व X_2 है तथा प्रत्येक का बण्टन वही है जो

कि समष्टि (Population) का है :

(i) $\bar{X} = \frac{X_1 + X_2}{2}$ का प्रतिदर्शीय बण्टन (Sampling distribution) ज्ञात कीजिए।

(ii) \bar{X} का प्रत्याशित मान व प्रसरण ज्ञात कीजिए।

8. (a) If the joint probability distribution of X and Y is given

by :

	X		
Y	-1	0	1
-1	1/6	1/3	1/6
0	0	0	0
1	1/6	0	1/6

Show that their covariance is zero even though the two random variables are not independent. 6

(b) Let X_1, X_2, X_3 represent the times necessary to perform

three successive repair tasks at a certain service facility.

Suppose they are independent, normal random variables

with expected values μ_1, μ_2 and μ_3 and variances as

$\sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_3^2$ respectively. If means are 40, 50 and 60 and

variances are 10, 12 and 14 respectively,

calculate :

(i) $P(X_1 + X_2 + X_3 \leq 160)$

(ii) $P(X_1 + X_2 \geq 2X_3)$.

2+2

P.T.O.

- (a) यदि X व Y का संयुक्त प्रायिकता बण्टन निम्न प्रकार है :

	X			
	-1	0	1	
Y	-1	1/6	1/3	1/6
	0	0	0	0
	1	1/6	0	1/6

दर्शाए कि इन चरों का सह-प्रसरण (Covariance) शून्य है यद्यपि ये स्वतन्त्र नहीं हैं।

- (b) मान लीजिए कि किसी सेवा केन्द्र में तीन क्रमिक मरम्मत कार्यों को करने में लगने वाली अवधियाँ X_1, X_2, X_3 हैं। मान लीजिए कि ये स्वतन्त्र, प्रसामान्य (Normal) यादृच्छिक चर हैं जिनके प्रत्याशित मान क्रमशः μ_1, μ_2 व μ_3 हैं तथा प्रसरण क्रमशः $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_3^2$ हैं। यदि माध्य क्रमशः 40, 50 व 60 हैं तथा प्रसरण क्रमशः 10, 12 व 14 हैं तो निम्नलिखित की गणना कीजिए :
- (i) $P(X_1 + X_2 + X_3 \leq 160)$
- (ii) $P(X_1 + X_2 \geq 2X_3)$.

9. (a) The monthly income of residents of a city is normally distributed with mean of Rs. 30,000 and the standard deviation of Rs. 5,000. If a random sample of 50 individuals is taken, what is the probability that their average monthly income will be :

- (i) More than Rs. 24,000 ?
- (ii) Between Rs. 20,000 and Rs. 30,000. 2+3

- (b) Suppose that $p(x, y)$, the joint probability mass function of X and Y, is given by :

$$p(0, 0) = 0.4, p(0, 1) = 0.2, p(1, 0) = 0.1, p(1, 1) = 0.3$$

Calculate :

- (i) the conditional probability mass function of X given that $Y = 1$.

- (ii) the expected value of X given $Y = 0$. 2+3

- (a) एक शहर के निवासियों की मासिक आय का बण्टन प्रसामान्य है जिसका माध्य 30,000 रुपये तथा मानक विचलन 5,000 रुपये है। यदि 50 व्यक्तियों का एक यादृच्छिक प्रतिदर्श लिया जाता है, तो इस बात की प्रायिकता क्या है कि उनकी औसत मासिक आय :
- (i) 24,000 रुपये से अधिक होगी ?
- (ii) 20,000 रुपये व 30,000 रुपये के मध्य होगी ?

- (b) मान लीजिए कि X व Y का संयुक्त प्रायिकता पिण्ड फलन निम्न प्रकार है :

$$p(0, 0) = 0.4, p(0, 1) = 0.2, p(1, 0) = 0.1, p(1, 1) = 0.3$$

निम्नलिखित की गणना कीजिए :

- (i) यदि $Y = 1$ हो तो X का सशर्त प्रायिकता पिण्ड फलन (Conditional Probability Mass Function)
(ii) यदि $Y = 0$ हो तो X का प्रत्याशित मान।

SECTION D

(खण्ड 'द')

Attempt any two from Question Nos. 10, 11 and 12.

प्रश्न 10, 11 व 12 में से किसी दो के उत्तर दीजिए।

10.

- (a) Let X_1, X_2, \dots, X_n denote a random sample from a normal distribution with mean zero and variance σ^2 , $0 < \sigma^2 < \alpha$.

Examine the two estimators of σ^2 : (i) $\sum X_i^2/n$ and

$$(ii) \frac{\sum X_i^2}{n-1}$$

and show which of the following is an

unbiased estimator of σ^2 for finitely small sample. Will

your answer change if $n \rightarrow \alpha$?

2+2+1

- (b) Use the method of moments to estimate θ in the

pdf :

$$f_y(y; \theta) = (\theta^2 + \theta)y^{\theta-1} (1-y) \quad 0 \leq y \leq 1$$

Assume that the random sample of size n is collected.

5

- (a) मान लीजिए कि X_1, X_2, \dots, X_n शून्य माध्य व σ^2 प्रसरण

वाले प्रसामान्य बण्टन से एक यादृच्छिक प्रतिदर्श है जहाँ,

$0 < \sigma^2 < \alpha$, σ^2 के दो आकलकों (Estimators) पर विचार

कीजिए (i) $\sum X_i^2/n$ व (ii) $\frac{\sum X_i^2}{n-1}$ तथा दर्शाइए कि

निम्नलिखित में से कौनसा, परिमित (finite) आकार के

प्रतिदर्श हेतु σ^2 का एक अनभिनत (unbiased) आकलक

है। यदि $n \rightarrow \alpha$ तो क्या आपका उत्तर परिवर्तित हो

जाएगा ?

- (b) आवूर्ण विधि (Method of moments) की सहायता से

निम्नलिखित pdf में θ को आकलित कीजिए :

$$f_y(y; \theta) = (\theta^2 + \theta)y^{\theta-1} (1-y) \quad 0 \leq y \leq 1$$

मान लीजिए कि आकार n का एक यादृच्छिक प्रतिदर्श

लिया जाता है।

11. (a) Given that $Y_1 = 2.3$, $Y_2 = 1.9$, and $Y_3 = 4.6$ is a random

sample from :

$$f_y(y; \theta) = \frac{y^3 e^{-y/\theta}}{6\theta^4} \quad \text{for } y \geq 0$$

Calculate the MLE for θ .

5

- (b) The grade point average of the students in Economics at a University follows a normal distribution with standard deviation as 0.32. How large must a sample be taken to guarantee that the length of a 95% confidence interval for μ will be less than 0.26 ? 3

- (c) What "confidence" would be associated with each of the following intervals ? Assume that the random variable Y is normally distributed and that σ is known :

(i) $(\bar{y} - 2.33\sigma/\sqrt{n}, \bar{y} + 2.33\sigma/\sqrt{n})$ 2

(ii) $(\bar{y} - 2.58\sigma/\sqrt{n}, \bar{y} + 2.58\sigma/\sqrt{n})$.

- (a) यदि $Y_1 = 2.3$, $Y_2 = 1.9$ तथा $Y_3 = 4.6$, निम्नलिखित समष्टि से एक यादृच्छिक प्रतिदर्श है :

$$f_y(Y; \theta) = \frac{y^3 e^{-y/\theta}}{6\theta^4} \quad y \geq 0 \text{ हेतु}$$

तो θ हेतु MLE की गणना कीजिए।

- (b) एक विश्वविद्यालय में विद्यार्थियों के अर्थशास्त्र में ग्रेड-बिन्दु औसत का बण्टन प्रसामान्य है जिसका मानक विचलन 0.32 है। इस बात की गारण्टी देने के लिए प्रतिदर्श का आकार कितना बड़ा होना चाहिए कि μ हेतु 95% विश्वास्यता अन्तराल की लम्बाई 0.26 से कम हो ?

- (c) निम्नलिखित अन्तरालों के साथ कितना "विश्वास" (Confidence) सम्बद्ध होगा ? मान लीजिए कि यादृच्छिक चर Y का बण्टन प्रसामान्य है तथा σ ज्ञात है :

(i) $(\bar{y} - 2.33\sigma/\sqrt{n}, \bar{y} + 2.33\sigma/\sqrt{n})$

(ii) $(\bar{y} - 2.58\sigma/\sqrt{n}, \bar{y} + 2.58\sigma/\sqrt{n})$

12. (a) In a random sample, 136 of 400 persons given a flu vaccine experience some discomfort. Construct a 99% confidence interval for the true proportion of persons who will experience some discomfort from the vaccine. 4

- (b) A teacher wants to determine the average time taken by a student to complete a test of 20 questions. If for 12 such tests, she obtained a mean time of completion as 75.6 minutes and a standard deviation of 9.4 minutes,
- (i) Construct a 99% confidence interval for the true mean.
- (ii) Would a 90% confidence interval calculated from this same sample have been narrower or wider than the given interval ? Explain. 4+2

- (a) एक यादृच्छिक प्रतिदर्श में फ्लू का टीका लगाए जाने के बाद 400 में से 136 व्यक्तियों को कुछ बेचैनी का अनुभव हुआ। टीके के लगाए जाने के बाद बेचैनी का अनुभव करने वाले व्यक्तियों के सही अनुपात (Proportion) हेतु एक 99% विश्वास्यता अन्तराल का निर्माण कीजिए।
- (b) एक अध्यापिका 20 प्रश्नों की एक परीक्षा को पूर्ण करने में एक विद्यार्थी को लगने वाला औसत समय ज्ञात करना चाहती है। यदि इस प्रकार की 12 परीक्षाओं हेतु उसे परीक्षा पूर्ण करने में लगने वाला माध्य समय 75.6 मिनट व मानक विचलन 9.4 मिनट प्राप्त हुआ तो :
- (i) वास्तविक माध्य हेतु 99% विश्वास्यता अन्तराल का निर्माण कीजिए।
- (ii) इसी प्रतिदर्श से ज्ञात 90% विश्वास्यता अन्तराल उपर्युक्त अन्तराल से संकरा होगा या चौड़ा ? समझाइए।